学校＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 考试编号＿＿＿＿

弥封线内不要答题

太原市2021年高三年级模拟考试(二)

数 学 试 卷(理科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,第Ⅰ卷1至4页,第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数z满足$z(1+i)=2i$,则其共轭复数$\bar{z}=$

A. $1-i$　　B. $1+i$

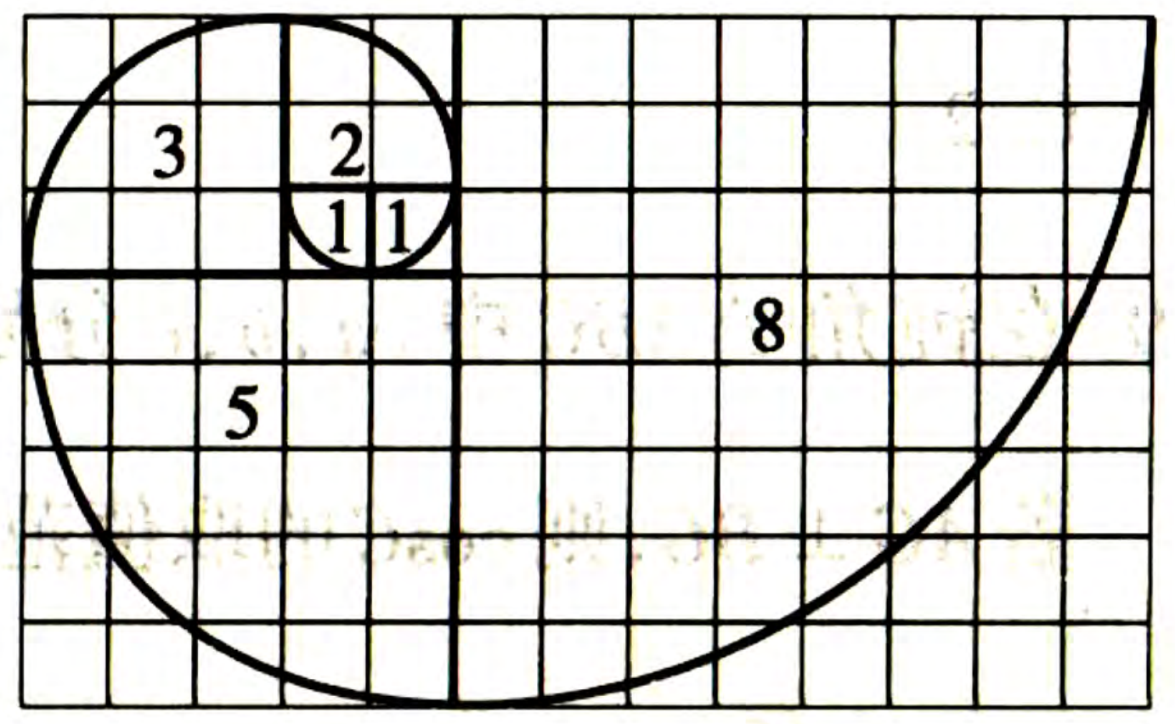
C. $-1-i$　　D. $-1+i$

2. 已知集合$A=\{(x,y)|y=x^2\}$,$B=\{(x,y)|y=x\}$,则$A\cap B=$

A. $\{0,1\}$　　B. $\{(0,0)\}$

C. $\{(1,1)\}$　　D. $\{(0,0),(1,1)\}$

3. 已知斐波那契螺旋线被誉为自然界最完美的“黄金螺旋线”,它的画法是:以斐波那契数列(即$a_1=a_2=1$,$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$)的各项为边长的正方形拼成长方形,然后在每个正方形中画一个圆心角为90°的圆弧,将这些圆弧依次连起来的弧线就是斐波那契螺旋线.自然界存在很多斐波拉契螺旋线的图案,例如向日葵、鹦鹉螺等.下图为该螺旋线的一部分,则第七项所对应的扇形的弧长为



A. $\frac{169\pi}{4}$

B. $\frac{21\pi}{2}$

C. $\frac{13\pi}{2}$

D. 4π

4. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_2{}^2=-2$,$a_2+a_4=2$,则$a_5=$

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 7

5. 从1,2,3,4,5这5个数中随机抽取2个数,分别记为m,n,则$\frac{m}{n}$为整数的概率为

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{1}{4}$

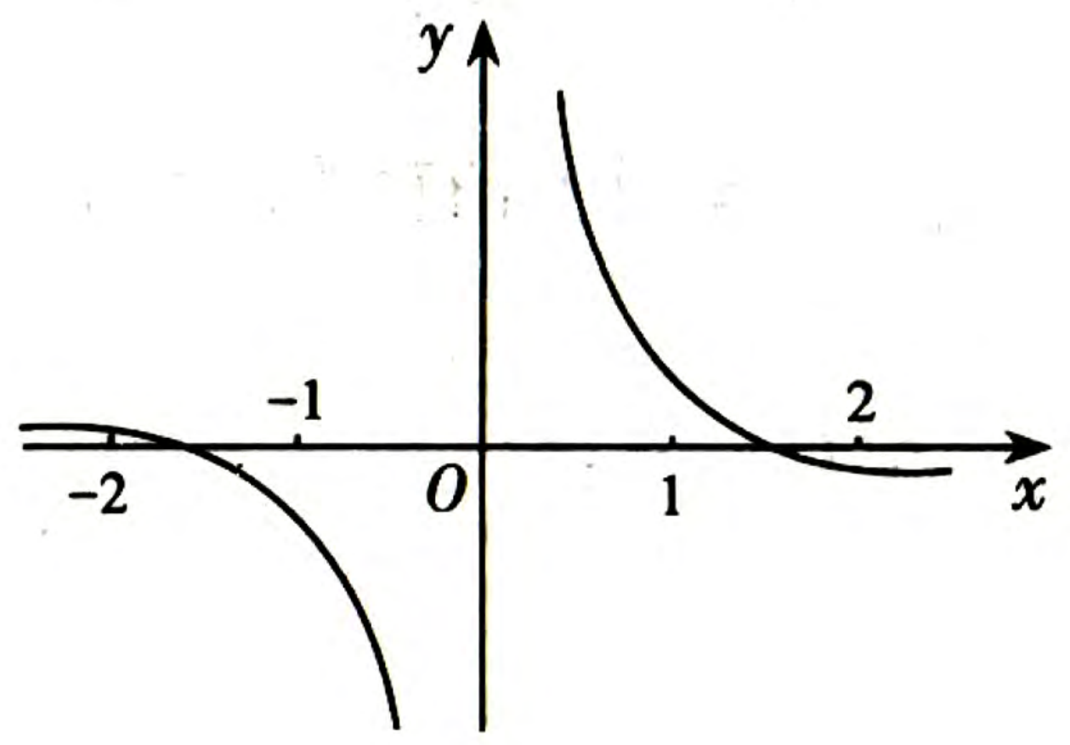
C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{4}{25}$

6. 已知点$P(m,m)(m\neq0)$是抛物线$y^2=2px(p>0)$上一点,且点P到该抛物线焦点的距离为30,则$p=$

A. 10　　B. 12

C. 20　　D. 30

7. 已知函数$y=f(x)$部分图象的大致形状如图所示,则$y=f(x)$的解析式最可能是



A. $f(x)=\frac{\cos x}{e^x-e^{-x}}$

B. $f(x)=\frac{\sin x}{e^x-e^{-x}}$

C. $f(x)=\frac{\cos x}{e^x+e^{-x}}$

D. $f(x)=\frac{\sin x}{e^x+e^{-x}}$

8. 已知圆$M:(x-a)^2+(y-b)^2=3(a,b\in\mathbf{R})$与圆$O:x^2+y^2=1$相交于$A,B$两点，且$|AB|=\sqrt{3}$，给出以下结论：①$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$是定值；②四边形$OAMB$的面积是定值；③$a+b$的最小值为$-\sqrt{2}$；④$a\cdot b$的最大值为2，则其中正确结论的个数是

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

9. 在钝角$\triangle ABC$中，a,b,c分别是$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边，点G是$\triangle ABC$的重心，若$AG\perp BG$，则$\cos C$的取值范围是

A. $(0,\frac{\sqrt{6}}{3})$　　B. $[\frac{4}{5},\frac{\sqrt{6}}{3})$

C. $(\frac{\sqrt{6}}{3},1)$　　D. $[\frac{4}{5},1)$

10. 已知三棱锥$A-BCD$中，$AB=BD=DA=2\sqrt{3}$，$DC=2\sqrt{2}$，$BC=2\sqrt{5}$，二面角$A-BD-C$的大小为135°，则三棱锥$A-BCD$外接球的表面积为

A. 64π　　B. 52π

C. 40π　　D. 32π

11. 已知直线$x-2y+n=0(n\neq0)$与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线分别相交于$A,B$两点，点$P$的坐标为$(n,0)$，若$|PA|=|PB|$，则该双曲线的离心率是

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

12. 已知函数$f(x)=a^2x^2+x-2\ln a(a>1)$，$g(x)=-e^x-2\ln x$，若$f(x)$的图象与$g(x)$的图象在$[1,+\infty)$上恰有两对关于$x$轴对称的点，则实数$a$的取值范围是

A. $(\frac{e}{2},+\infty)$　　B. $[\sqrt{e},+\infty)$

C. $(\frac{e}{2},\sqrt{e}]$　　D. $(1,\frac{e}{2})$

密　封　线　内　不　要　答　题

弥封线内不要答题

太原市2021年高三年级模拟考试(二)

数 学 试 卷(理科)

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$是单位向量,且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$,则向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为________.

14. 已知$\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,则$\sin 2\alpha=$________.

15. 已知点$A(0,1)$和$B(m,-2)$,点$M(x,y)$是函数$y=2^x$图象上的一个动点,若对于任意的点$M(x,y)$,不等式$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OM}\leqslant\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$(其中$O$是坐标原点)恒成立,则实数$m=$________.

16. 已知矩形$ABCD$中,$AB=4$,$AD=3$,点E是边CD上的动点,将$\triangle ADE$沿AE折起至$\triangle PAE$,使得平面$PAB\perp$平面ABC,过P作$PG\perp AB$,垂足为G,则AG的取值范围为________.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_2=3$,且满足$\frac{a_{n+1}}{n(a_{n+2}-a_{n+1})}=\frac{a_n}{(n+1)(a_{n+1}-a_n)}+\frac{1}{2n(n+1)}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(Ⅰ)设$b_n=\frac{na_n}{a_{n+1}-a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,证明:$\{b_n\}$是等差数列;

(Ⅱ)若$c_n=\frac{b_n}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$S_n$.

18. (本小题满分12分)

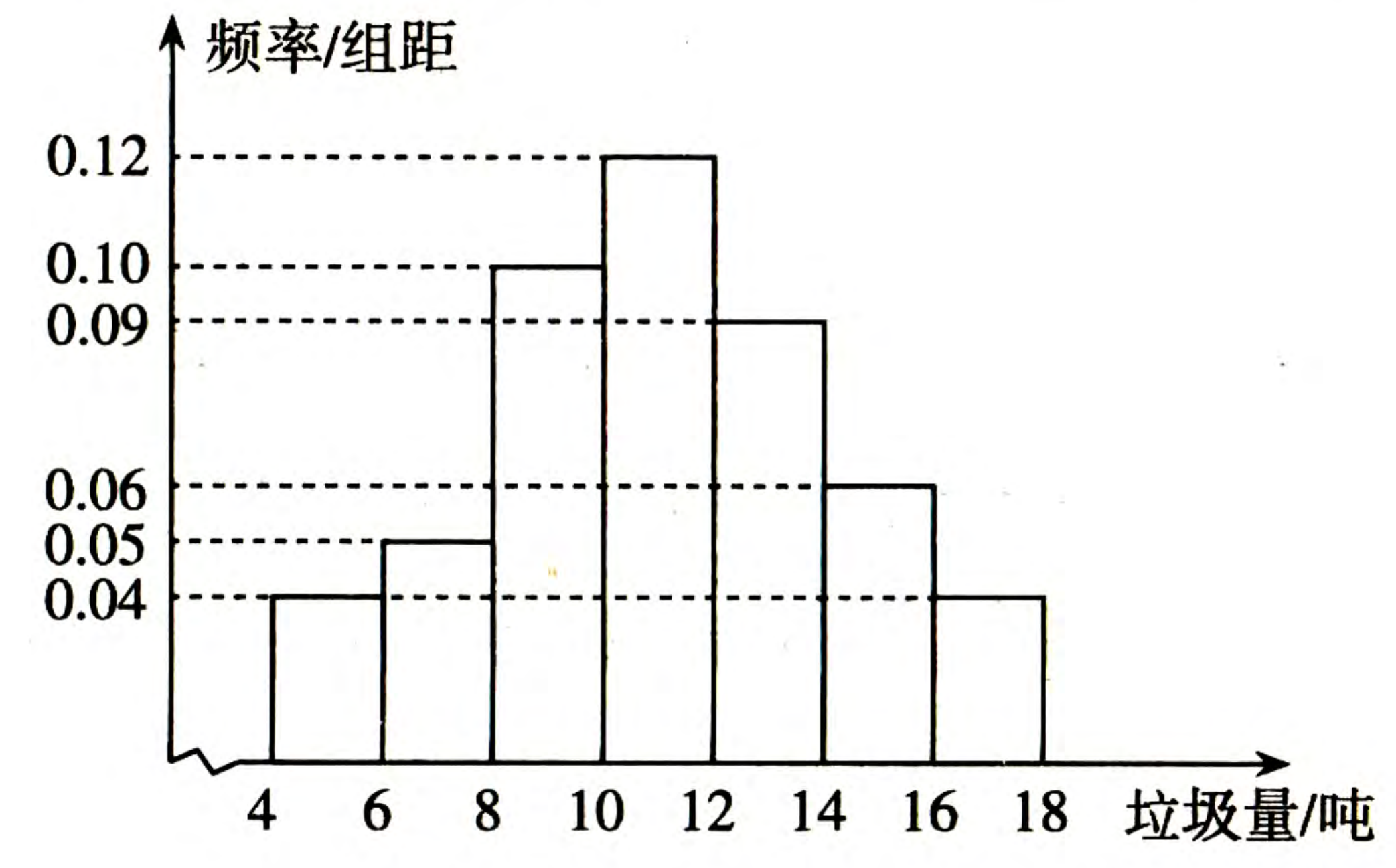
2017年国家发改委、住建部发布了《生活垃圾分类制度实施方案》,规定46个城市在2020年底实施生活垃圾强制分类,垃圾回收、利用率要达35%以上.某市在实施垃圾分类之前,对该市大型社区(即人口数量在1万左右)一天产生的垃圾量(单位:吨)进行了调查.已知该市这样的大型社区有200个,下图是某天从中随机抽取50个社区所产生的垃圾量绘制的频率分布直方图.现将垃圾量超过14吨/天的社区称为“超标”社区.

(Ⅰ)根据上述资料,估计当天这50个社区垃圾量的平均值$\bar{x}$(精确到整数);

(Ⅱ)若当天该市这类大型社区的垃圾量$X\sim N(\mu,9)$,其中μ近似为(1)中的样本平均值$\bar{x}$,请根据X的分布估计这200个社区中“超标”社区的个数(四舍五入精确到整数);

(Ⅲ)市环保部门决定对样本中“超标”社区的垃圾来源进行调查,现从这些社区中随机抽取3个进行重点监控,设Y为其中当天垃圾量至少为16吨的社区个数,求Y的分布列与数学期望.

附:$P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6827$;$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$;$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.9974$.

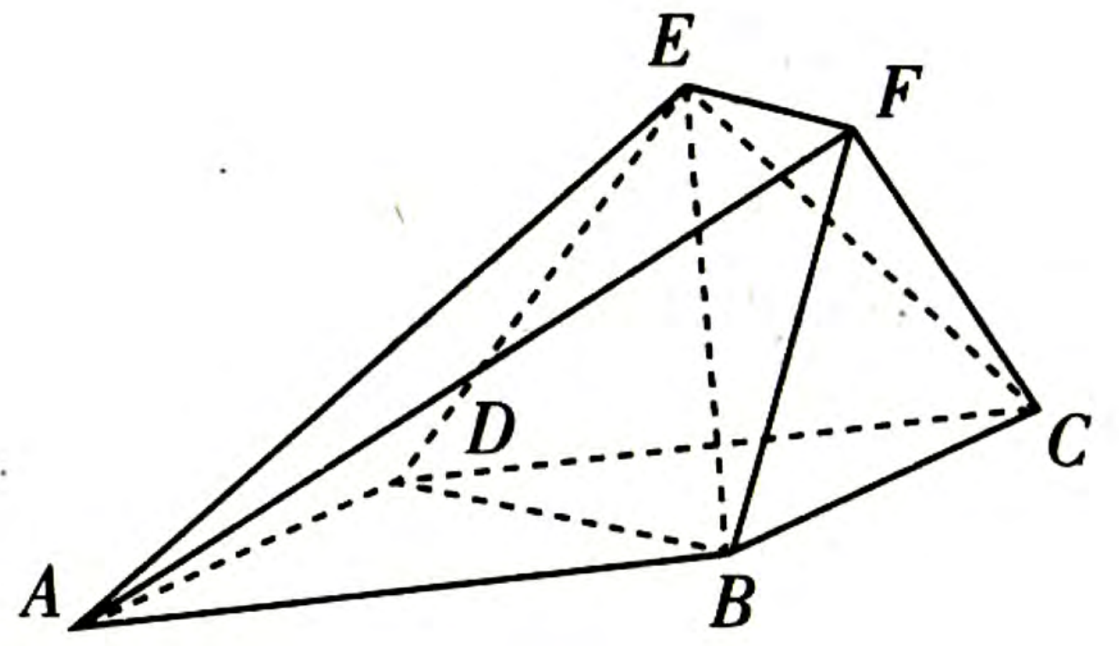


19.(本小题满分12分)

如图,在几何体$ABCDEF$中,四边形$ABCD$是边长为2的菱形,且$\angle BAD=60^\circ$,$CE=DE$,$EF\parallel DB$,$DB=2EF$,平面$CDE\perp$平面$ABCD$.

(Ⅰ)求证:平面$BCF\perp$平面$ABCD$;

(Ⅱ)若平面AEF与平面BCF所成锐二面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,求直线BE与平面$ABCD$所成角的正弦值.



20.(本小题满分12分)

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别是点$A,B$,直线$l:x=\dfrac{2}{3}$与椭圆$C$相交于$D,E$两个不同点,直线$DA$与直线$DB$的斜率之积为$-\dfrac{1}{4}$,$\triangle ABD$的面积为$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

(Ⅰ)求椭圆C的标准方程;

(Ⅱ)若点P是直线$l:x=\dfrac{2}{3}$的一个动点(不在x轴上),直线AP与椭圆C的另一个交点为Q,过P作BQ的垂线,垂足为M,在x轴上是否存在定点N,使得$|MN|$为定值,若存在,请求出点N的坐标;若不存在,请说明理由.

21.(本小题满分12分)

已知函数$f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$,$g(x)=\sin x+\cos x$.

(Ⅰ)当$x\geqslant-\dfrac{\pi}{4}$时,求证:$f(x)\geqslant g(x)$;

(Ⅱ)若不等式$f(x)+g(x)\leqslant ax+2$在$[0,+\infty)$上恒成立,求实数a的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22.(本小题满分10分)**【选修4-4:坐标系与参数方程】**

在平面直角坐标系xOy中,曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{2\sqrt{2}\,t}{t^2+1},\\ y=\dfrac{t^2-1}{t^2+1}\end{cases}$($t$为参数),以坐标原点$O$为极点,$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线$l$的极坐标方程为$\rho\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(Ⅰ)求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程;

(Ⅱ)已知点A在曲线C上,且点A到直线l的距离为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,求点A的直角坐标.

工大教育
——做最感动客户的专业教育机构

23.(本小题满分10分)**【选修4-5:不等式选讲】**

已知函数$f(x)=|x+m^2|+|2x-m|(m>0)$.

(Ⅰ)当$m=1$时,求不等式$f(x)\leqslant6$的解集;

(Ⅱ)若$f(x)$的最小值为$\dfrac{3}{2}$,且$a+b=m(a>0,b>0)$,求证:$\sqrt{a}+2\sqrt{b}\leqslant\sqrt{5}$.

密 封 线 内 不 要 答 题