考试编号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 学校＿＿＿＿

弥封线内不要答题

太原市2021年高三年级模拟考试(二)

数 学 试 卷(文科)

(考试时间:下午3∶00—5∶00)

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,第Ⅰ卷1至4页,第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数z满足$z=\dfrac{2i}{1+i}$,则其共轭复数$\bar{z}=$

A. $1-i$　　B. $1+i$

C. $-1-i$　　D. $-1+i$

2. 已知集合$A=\{x|x(x-1)=0\}$,$B=\{x||x|=1\}$,则$A\cap B=$

A. $\{-1,1\}$　　B. $\{0,1\}$

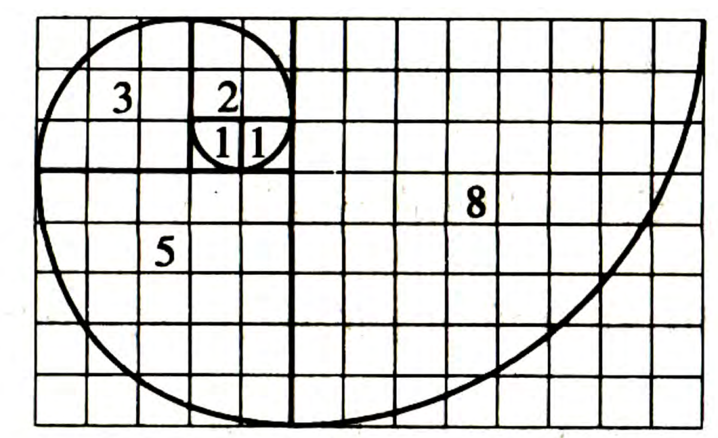
C. $\{-1,0,1\}$　　D. $\{1\}$

3. 已知某次艺术体操比赛共有7位评委分别给出某选手的原始评分,评定该选手的成绩时,先从这7个原始评分中去掉1个最高分和1个最低分,最后得到5个有效评分,这5个有效评分与7个原始评分相比,它们不变的数字特征是

A. 众数　　B. 平均数

C. 中位数　　D. 方差

4. 已知斐波那契螺旋线被誉为自然界最完美的"黄金螺旋线",它的画法是:以斐波那契数列(即$a_1=a_2=1,a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in N^*)$)的各项为边长的正方形拼成长方形,然后在每个正方形中画一个圆心角为90°的圆弧,将这些圆弧依次连起来的弧线就是斐波那契螺旋线.自然界存在很多斐波拉契螺旋线的图案,例如向日葵、鹦鹉螺等.下图为该螺旋线的一部分,则第七项所对应的扇形的弧长为



A. $\dfrac{169\pi}{4}$

B. $\dfrac{21\pi}{2}$

C. $\dfrac{13\pi}{2}$

D. 4π

5. 在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1=\dfrac{1}{4}$,$a_2a_4=2a_3-1$,则$a_5=$

A. 2　　B. 4

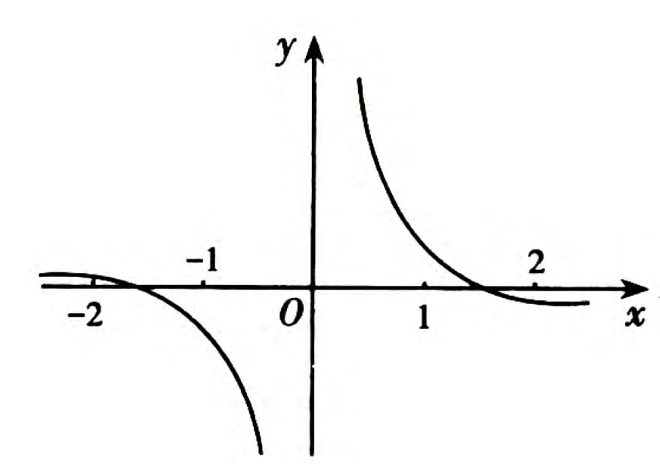
C. 6　　D. 8

6. 点$P(m,\sqrt{2}m)(m\neq 0)$是抛物线$y^2=2px(p>0)$上一点,且点P到该抛物线焦点的距离为3,则$p=$

A. 1　　B. 2

C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 6

7. 已知函数$y=f(x)$部分图象的大致形状如图所示,则$y=f(x)$的解析式最可能是



A. $f(x)=\dfrac{\cos x}{e^x-e^{-x}}$

B. $f(x)=\dfrac{\sin x}{e^x-e^{-x}}$

C. $f(x)=\dfrac{\cos x}{e^x+e^{-x}}$

D. $f(x)=\dfrac{\sin x}{e^x+e^{-x}}$

8. 已知函数$f(x)=a^2x^3-x$在点$(1,f(1))$处的切线经过点$(2,6)$,则实数$a=$

A. ±1　　B. ±2

C. $\pm\sqrt{3}$　　D. $\pm\sqrt{2}$

9. 已知圆$M:(x-a)^2+(y-b)^2=3(a,b\in\mathbf{R})$与圆$O:x^2+y^2=1$相交于$A,B$两点,且$|AB|=\sqrt{3}$,则下列错误的结论是

A. $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$是定值　　B. 四边形$OAMB$的面积是定值

C. $a+b$的最小值为$-\sqrt{2}$　　D. $a\cdot b$的最大值为2

10. 在直角$\triangle ABC$中,a,b,c分别是$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边,点G是$\triangle ABC$的重心,若$AG\perp BG$,则$\cos C=$

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

11. 已知三棱锥$A-BCD$中,$AB=BD=DA=2\sqrt{3}$,$BC\perp CD$,$BC=CD$,则当三棱锥$A-BCD$的体积最大时,其外接球的表面积为

A. 48π　　B. 28π

C. 16π　　D. 20π

12. 已知直线$x-2y+n=0(n\neq0)$与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线分别相交于$A,B$两点,点$P$的坐标为$(n,0)$,若$|PA|=|PB|$,则该双曲线的离心率是

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

弥封线内不要答题

太原市2021年高三年级模拟考试(二)

数学试卷(文科)

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$是单位向量,且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$________.

14. 已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{4}{3}$,则$\sin2\alpha=$________.

15. 已知点$A(1,0)$和$B(2,m)$,点$M(x,y)$是函数$y=\ln x$图象上的一个动点,若对于任意的点$M(x,y)$,不等式$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OM}\geq\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$(其中$O$是坐标原点)恒成立,则实数$m=$________.

16. 已知矩形$ABCD$中,$AB=4$,$AD=3$,点E是边CD上的动点,将$\triangle ADE$沿AE折起至$\triangle PAE$,使得平面$PAB\perp$平面ABC,过P作$PG\perp AB$,垂足为G,则AG的取值范围为________.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

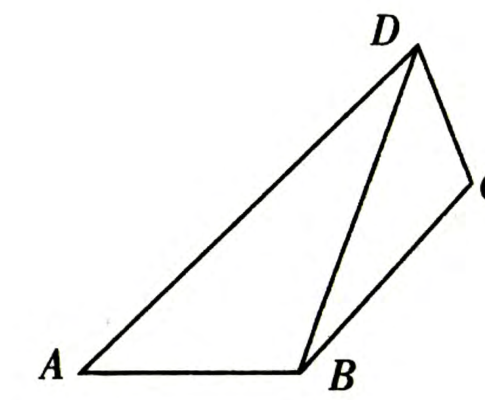
(一)必考题:共60分.

17.(本小题满分12分)

如图,在平面四边形$ABCD$中,$\angle BAD=45°$,$AB=\sqrt{2}$,$\triangle ABD$的面积为$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

(Ⅰ)求BD的长;

(Ⅱ)若$\angle BCD=120°$,求$BC+CD$的取值范围.



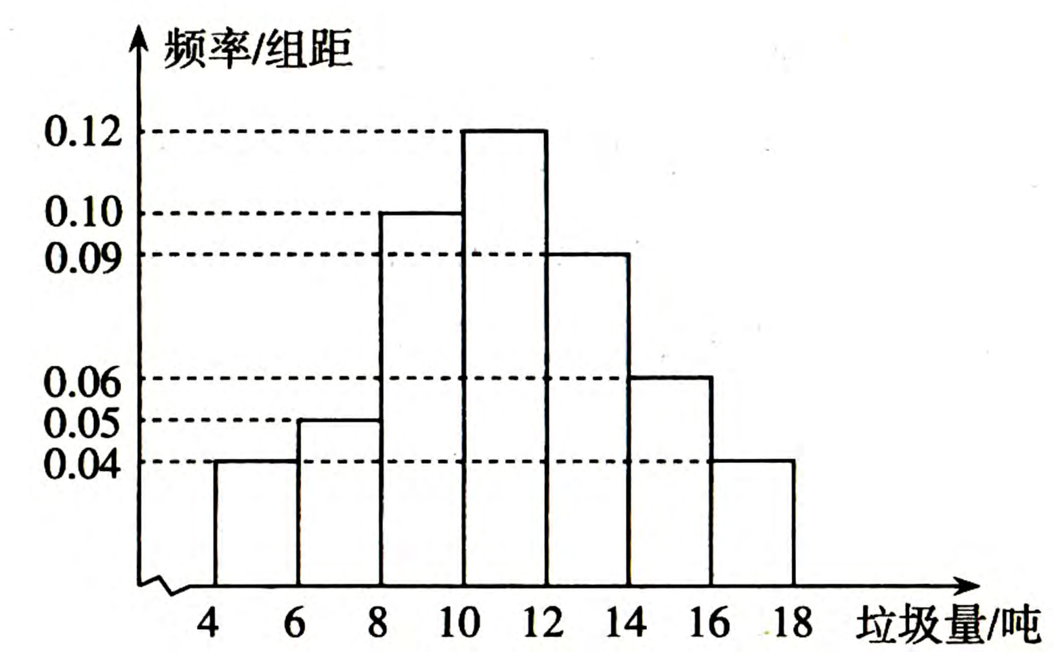
18.(本小题满分12分)

2017年国家发改委、住建部发布了《生活垃圾分类制度实施方案》,规定46个城市在2020年底实施生活垃圾强制分类,垃圾回收、利用率要达35%以上.某市在实施垃圾分类之前,对人口数量在1万左右的社区一天产生的垃圾量(单位:吨)进行了调查.已知该市这样的社区有200个,下图是某天从中随机抽取50个社区所产生的垃圾量绘制的频率分布直方图.现将垃圾量超过14吨/天的社区称为“超标”社区.

(Ⅰ)根据上述资料,估计当天这50个社区垃圾量的平均值$\bar{x}$(精确到整数);

(Ⅱ)若以上述样本的频率近似代替总体的概率,请估计这200个社区中“超标”社区的个数.

(Ⅲ)市环保部门决定对样本中“超标”社区的垃圾来源进行调查,先从这些社区中按垃圾量用分层抽样抽取5个,再从这5个社区随机抽取2个进行重点监控,求重点监控社区中至少有1个垃圾量为$[16,18]$的社区的概率.

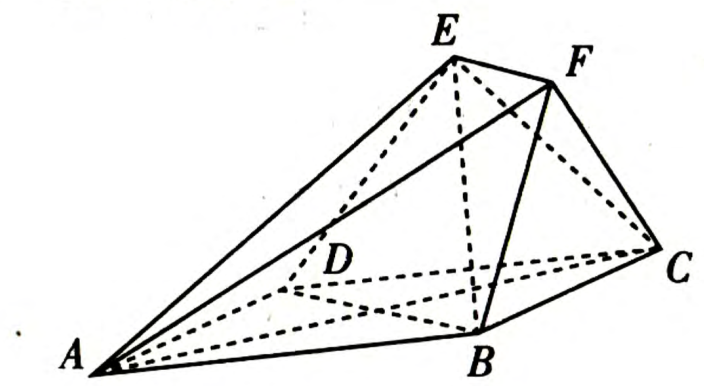


19.（本小题满分12分）

如图，在几何体$ABCDEF$中，四边形$ABCD$是边长为2的菱形，且$\angle BAD = 60^\circ$，$CE = DE$，$EF \parallel DB$，$DB = 2EF$，平面$CDE \perp$平面$ABCD$.

（Ⅰ）求证：平面$BCF \perp$平面$ABCD$；

（Ⅱ）若直线BE与平面$ABCD$所成的角为45°，求三棱锥$A-CEF$的体积.



20.（本小题满分12分）

已知函数$f(x) = ax + 1(a \in \mathrm{R})$，$g(x) = \sin x + \cos x$.

（Ⅰ）当$a = 1$时，证明：不等式$f(x) \geqslant g(x)$在$[0, +\infty)$上恒成立；

（Ⅱ）若不等式$f(x) \geqslant g(x)$在$[-\frac{\pi}{4}, +\infty)$上恒成立，求实数$a$取值的集合.

21.（本小题满分12分）

已知椭圆$C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$的左、右顶点分别是点$A$，$B$，直线$l: x = \frac{2}{3}$与椭圆$C$相交于$D$，$E$两个不同点，直线$DA$与直线$DB$的斜率之积为$-\frac{1}{4}$，$\triangle ABD$的面积为$\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

（Ⅰ）求椭圆C的标准方程；

（Ⅱ）若点P是直线$l: x = \frac{2}{3}$的一个动点（不在x轴上），直线AP与椭圆C的另一个交点为Q，过P作BQ的垂线，垂足为M，在x轴上是否存在定点N，使得$|MN|$为定值，若存在，请求出点N的坐标；若不存在，请说明理由.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑．

22.（本小题满分10分）**【选修4-4：坐标系与参数方程】**

在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases} x = \dfrac{2\sqrt{2}t}{t^2+1}, \\ y = \dfrac{t^2-1}{t^2+1} \end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\cos(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅰ）求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）已知点A在曲线C上，且点A到直线l的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求点A的直角坐标.

23.（本小题满分10分）**【选修4-5：不等式选讲】**

已知函数$f(x) = |x + m^2| + |2x - m|(m > 0)$.

（Ⅰ）当$m = 1$时，求不等式$f(x) \leqslant 6$的解集；

（Ⅱ）若$f(x)$的最小值为$\frac{3}{2}$，且$a + b = m(a > 0, b > 0)$，求证：$\sqrt{a} + 2\sqrt{b} \leqslant \sqrt{5}$.