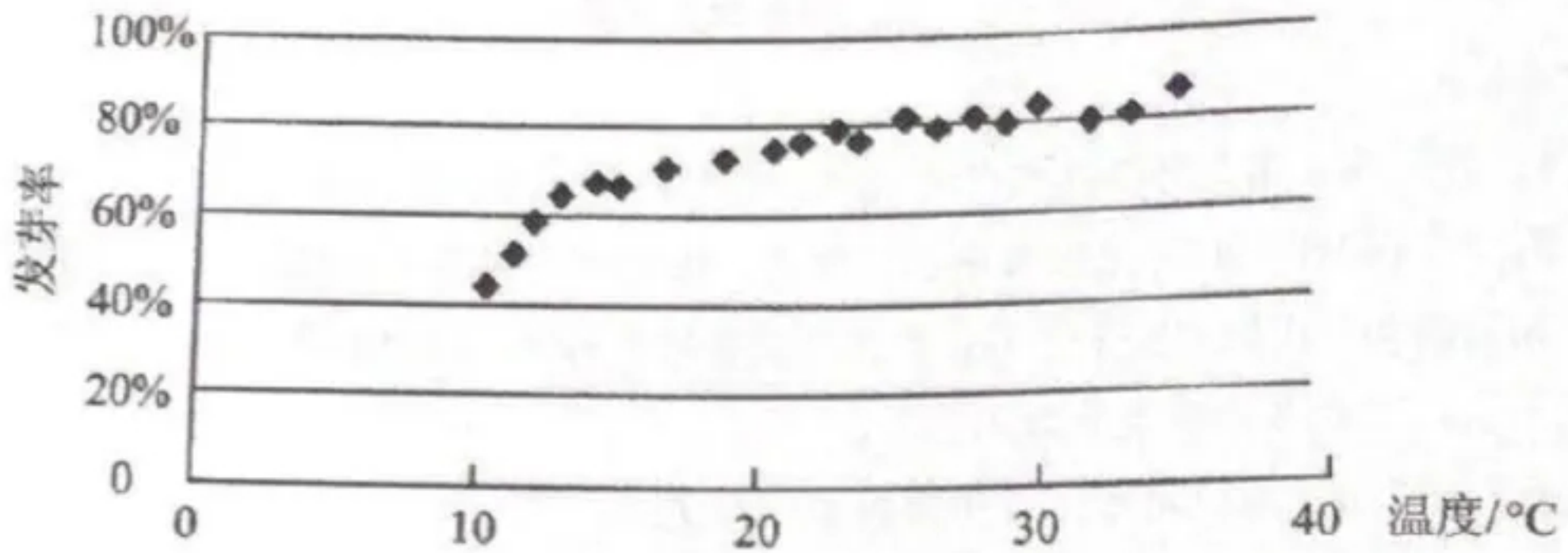


C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{4}{5}$

5. 某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 的关系, 在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验, 由实验数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 20)$ 得到下面的散点图:



由此散点图, 在 10°C 至 40°C 之间, 下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是

A. $y = a + bx$

B. $y = a + bx^2$

C. $y = a + be^x$

D. $y = a + b \ln x$

6. 已知圆 $x^2 + y^2 - 6x = 0$, 过点 $(1, 2)$ 的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为

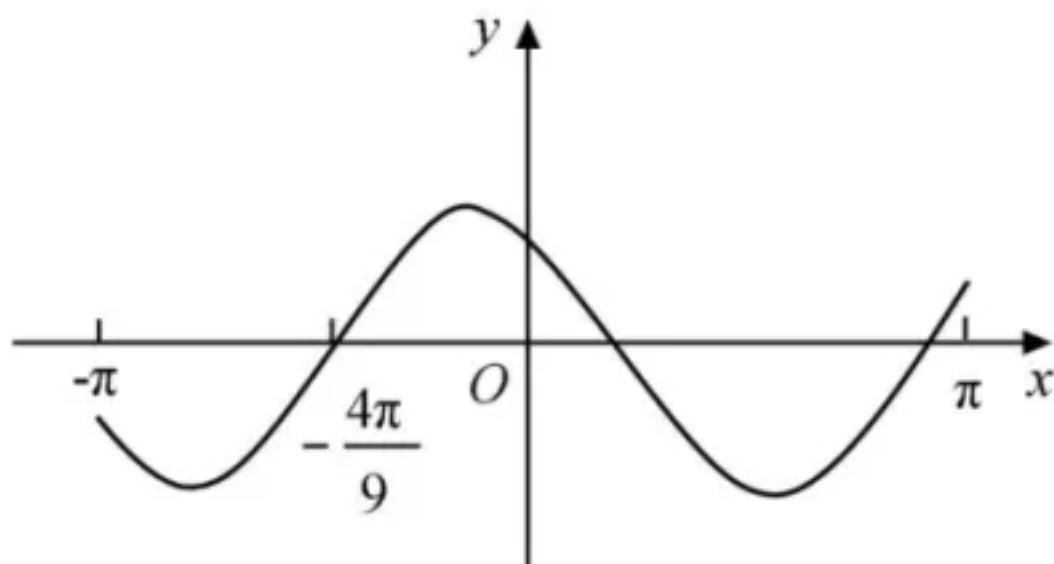
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

7. 设函数 $f(x) = \cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致如下图, 则 $f(x)$ 的最小正周期为



A. $\frac{10\pi}{9}$

B. $\frac{7\pi}{6}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{2}$

8. 设 $a \log_3 4 = 2$, 则 $4^{-a} =$

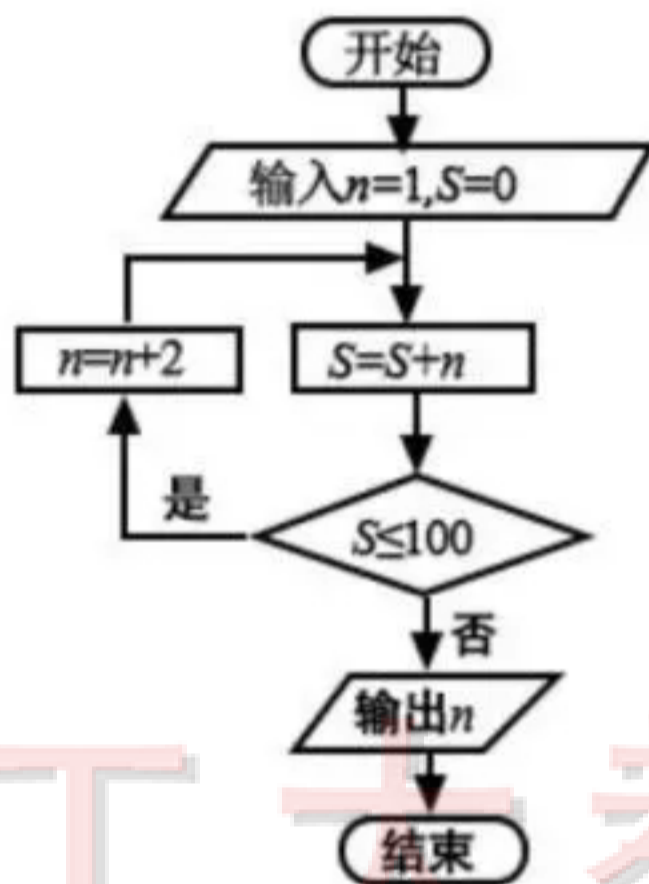
A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{6}$

9. 执行下面的程序框图, 则输出的 $n =$



A. 17

B. 19

C. 21

D. 23

10. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$, $a_2 + a_3 + a_4 = 2$, 则 $a_6 + a_7 + a_8 =$

A. 12

B. 24

C. 30

D. 32

11. 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的两个焦点, O 为坐标原点, 点 P 在 C 上且 $|OP| = 2$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的

面积为

A. $\frac{7}{2}$

B. 3

C. $\frac{5}{2}$

D. 2

12. 已知 A, B, C 为球 O 的球面上的三个点, $\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\odot O_1$ 的面积为 4π ,

$AB = BC = AC = OO_1$, 则球 O 的表面积为

A. 64π

B. 48π

C. 36π

D. 32π

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 2 \leq 0, \\ x - y - 1 \geq 0, \\ y + 1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + 7y$ 的最大值为_____.

14. 设向量 $\mathbf{a} = (1, -1)$, $\mathbf{b} = (m+1, 2m-4)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.

15. 曲线 $y = \ln x + x + 1$ 的一条切线的斜率为 2, 则该切线的方程为 _____.

16. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2} + (-1)^n a_n = 3n - 1$, 前 16 项和为 540, 则 $a_1 =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

某厂接受了一项加工业务, 加工出来的产品(单位: 件)按标准分为 A, B, C, D 四个等级. 加工业务约定: 对于 A 级品、B 级品、C 级品, 厂家每件分别收取加工费 90 元, 50 元, 20 元; 对于 D 级品, 厂家每件要赔偿原料损失费 50 元. 该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务. 甲分厂加工成本费为 25 元/件, 乙分厂加工成本费为 20 元/件. 厂家为决定由哪个分厂承接加工业务, 在两个分厂各试加工了 100 件这种产品, 并统计了这些产品的等级, 整理如下:

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

(1) 分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率;

(2) 分别求甲、乙两分厂加工出来的 100 件产品的平均利润, 以平均利润为依据, 厂家应选哪个分厂承接加工业务?

18. (12 分)

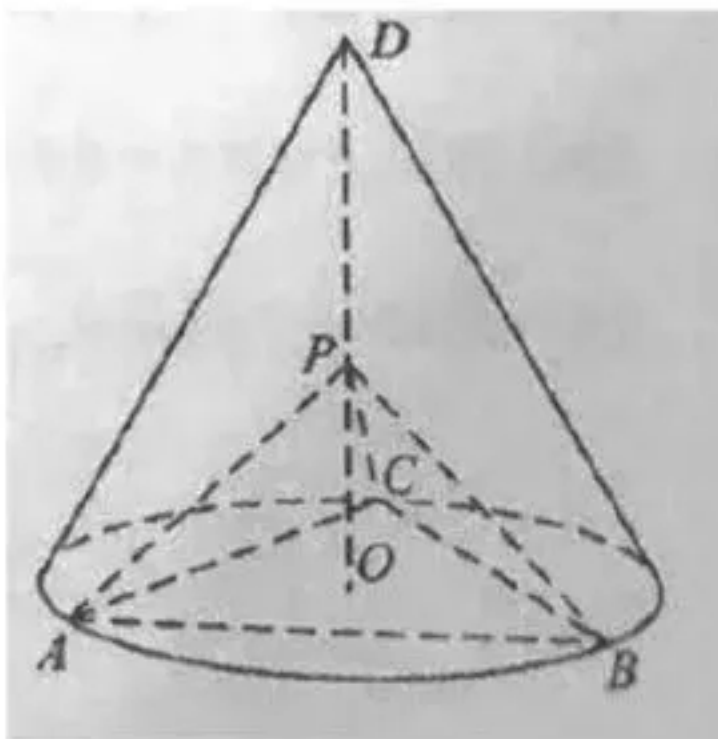
$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $B=150^\circ$.

(1) 若 $a = \sqrt{3}c$, $b = 2\sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 若 $\sin A + \sqrt{3} \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 C .

19. (12 分)

如图, D 为圆锥的顶点, O 是圆锥底面的圆心, $\triangle ABC$ 是底面的内接正三角形, P 为 DO 上一点, $\angle APC = 90^\circ$.



(1) 证明: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAC ;

(2) 设 $DO = \sqrt{2}$, 圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$, 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

20. 已知函数 $f(x) = e^x - a(x+2)$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知 A, B 分别为椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$) 的左、右顶点, G 为 E 的上顶点, $\overline{AG} \cdot \overline{GB} = 8$, P 为直线 $x=6$ 上的动点, PA 与 E 的另一交点为 C , PB 与 E 的另一交点为 D .

(1) 求 E 的方程;

(2) 证明: 直线 CD 过定点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos^k t, \\ y = \sin^k t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为

极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $4\rho \cos\theta - 16\rho \sin\theta + 3 = 0$.

(1) 当 $k = 1$ 时, C_1 是什么曲线?

(2) 当 $k = 4$ 时, 求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |3x+1| - 2|x-1|$.

(1) 画出 $y = f(x)$ 的图像;

(2) 求不等式 $f(x) > f(x+1)$ 的解集.



工大教育

—做最感动客户的专业教育组织—

