太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数 学 试 卷(理科)

(考试时间：下午3：00——5：00)

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，第Ⅰ卷1至4页，第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效。
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合$A=\{x|x^2+x-2>0\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则

A. $A\cap B=\{2\}$　　　　B. $A\cup B=\mathbf{R}$

C. $B\cap(\complement_R A)=\{-1,2\}$　　　　D. $B\cup(\complement_R A)=\{x|-1<x<2\}$

2. 已知a是实数，$\dfrac{a+i}{1-i}$是纯虚数，则$a=$

A. 1　　　　B. -1

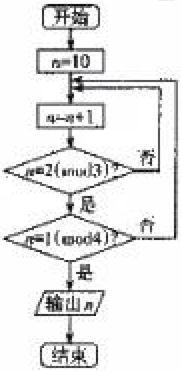
C. $\sqrt{2}$　　　　D. $-\sqrt{2}$

3. 已知$a=\log_5 2$，$b=\log_{0.5}0.2$，$c=0.5^{0.2}$，则

A. $a<b<c$　　　　B. $a<c<b$

C. $b<a<c$　　　　D. $c<a<b$

4. 右边程序框图的算法源于我国古代闻名中外的《中国剩余定理》，$n \equiv N(\bmod m)$ 表示正整数 n 除以正整数 m 的余数为 N，例如 $10 \equiv 4(\bmod 6)$。执行该程序框图，则输出的 n 等于



A. 11

B. 13

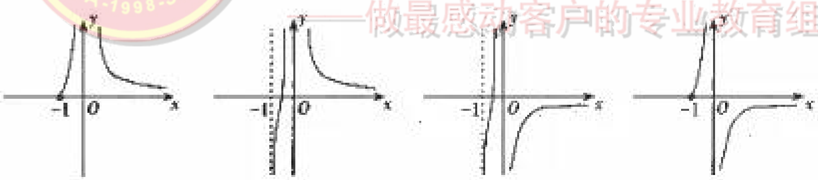
C. 14

D. 17

5. 若 a,b 是两个非零向量，且 $|a+b|=m|a|=m|b|$，$m\in\left[1,\sqrt{3}\right]$，则向量 b 与 $a-b$ 夹角的取值范围是

A. $\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$　　C. $\left[\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$　　D. $\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right]$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-\ln(x+1)}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

7. 圆周率 π 是数学中一个非常重要的数，历史上许多中外数学家利用各种办法对 π 进行了估算。现利用下列实验我们也可对圆周率进行估算。假设某校共有学生 N 人，让每人随机写出一对小于1的正实数 a，b，再统计出 a，b，1能构造锐角三角形的人数 M，利用所学的有关知识，则可估计出 π 的值是

A. $\dfrac{4M}{N}$　　B. $\dfrac{4(N-M)}{N}$　　C. $\dfrac{2M+N}{N}$　　D. $\dfrac{4M+2N}{N}$

8. 设奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，且$f(1)=0$，则不等式$\frac{f(x)-f(-x)}{x}<0$的解集是

A. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　B. $(-1,0)\cup(0,1)$

C. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

9. 过抛物线$y^2=4x$的焦点的直线l与抛物线交于A,B两点，设点$M(3,0)$. 若$\triangle MAB$的面积为$4\sqrt{2}$，则$|AB|=$

A. 2　　B. 4　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 8

10. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_n=\frac{(S_n-1)^2}{S_n}$，数列$\{b_n\}$满足$b_n=(-1)^n\cdot(2n+1)a_n$，则数列$\{b_n\}$的前100项和$T_{100}$为

A. $\frac{101}{100}$　　B. $-\frac{101}{100}$　　C. $-\frac{100}{101}$　　D. $\frac{100}{101}$

11. 对于函数$f(x)=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)-\frac{1}{2}|\sin x-\cos x|$，有下列说法：

①$f(x)$的值域为$[-1,1]$；

②当且仅当$x=2k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in Z)$时，函数$f(x)$取得最大值；

③函数$f(x)$的最小正周期是π；

④当且仅当$x\in(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2})(k\in Z)$时，$f(x)>0$.

其中正确结论的个数是

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 三棱锥P-ABC中，$AB\perp BC$，$\triangle PAC$为等边三角形，二面角P-AC-B的余弦值为$-\frac{\sqrt{6}}{3}$，当三棱锥的体积最大时，其外接球的表面积为8π，则三棱锥体积的最大值为

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(理科)

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分，第13题~第21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22题、第23题为选考题，考生根据要求作答．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．

13．已知$(x-1)(ax+1)^6$的展开式中，x^2的系数为0，则实数$a=$________．

14．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右顶点分别为$A,B$，点$P$是双曲线上一点，若$\triangle PAB$为等腰三角形，$\angle PAB=120°$，则双曲线的离心率为______．

15．已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_n}{n}=\frac{n-1}{n}\left(\frac{a_{n+1}}{n+1}-1\right)+1(n\in N^*)$，且$a_2=6$，则$\{a_n\}$的通项公式为________．

16．改革开放40年来，我国城市基础设施发生了巨大的变化，各种交通工具大大方便了人们的出行需求．某城市的A先生实行的是早九晚五的工作时间，上班通常乘坐公交或地铁加步行．已知从家到最近的公交站或地铁站都需步行5分钟，乘坐公交到离单位最近的公交站所需时间Z_1(单位：分钟)服从正态分布$N(33,4^2)$，下车后步行再到单位需要12分钟；乘坐地铁到离单位最近的地铁站所需时间Z_2(单位：分钟)服从正态分布$N(44,2^2)$，从地铁站步行到单位需要5分钟．现有下列说法：

①若8:00出门，则乘坐公交一定不会迟到；

②若8:02出门，则乘坐公交和地铁上班迟到的可能性相同；

③若8:06出门，则乘坐公交比地铁上班迟到的可能性大；

④若8:12出门，则乘坐地铁比公交上班迟到的可能性大．

则以上说法中正确的序号是________．

参考数据：若$Z\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<Z\leq\mu+\sigma)=0.6826$，

$P(\mu-2\sigma<Z\leq\mu+2\sigma)=0.9544$，

$P(\mu-3\sigma<Z\leq\mu+3\sigma)=0.9974$．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17.（本小题满分12分）

$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$\dfrac{\sin^2A-\sin^2C}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{2}a-b}{2}$，且$\triangle ABC$外接圆的半径为1．

（Ⅰ）求角C；

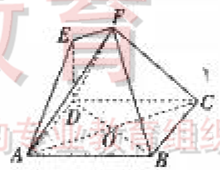
（Ⅱ）求$\triangle ABC$面积的最大值．

18.（本小题满分12分）

如图，四边形$ABCD$是边长为4的菱形，$\angle BAD=60°$，对角线AC与BD相交于点O，四边形$ACFE$为梯形，$EF/\!/AC$，点E在平面$ABCD$上的射影为OA的中点，AE与平面$ABCD$所成角为$45°$．

（Ⅰ）求证：$BD\perp$平面ACF；

（Ⅱ）求平面DEF与平面$ABCD$所成角的正弦值．



19.（本小题满分12分）

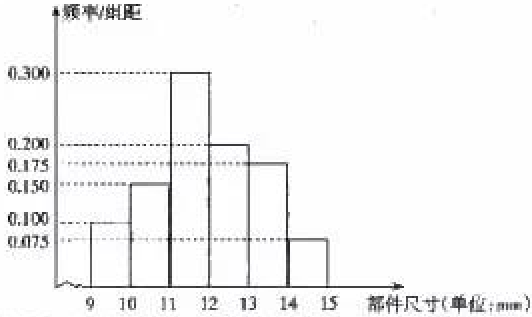
已知F_1,F_2是椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，过椭圆的上顶点的直线$x+y=1$被椭圆截得的弦的中点坐标为$P(\dfrac{3}{4},\dfrac{1}{4})$．

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）过F_1的直线l交椭圆于A,B两点，当$\triangle ABF_2$面积最大时，求直线l的方程．

20.（本小题满分12分）

为实现2020年全面建设小康社会，某地进行产业的升级改造．经市场调研和科学研判，准备大规模生产某高科技产品的一个核心部件，目前只有甲、乙两种设备可以独立生产该部件．下图是从甲设备生产的部件中随机抽取400件，对其核心部件的尺寸x，进行统计整理的频率分布直方图．



根据行业质量标准规定，该核心部件尺寸x满足：$|x-12|\leqslant 1$为一级品，$1<|x-12|\leqslant 2$为二级品，$|x-12|>2$为三级品．

（Ⅰ）现根据频率分布直方图中的分组，用分层抽样的方法先从这400件样本中抽取40件产品，再从所抽取的40件产品中，抽取2件尺寸$x\in[12,15]$的产品，记ξ为这2件产品中尺寸$x\in[14,15]$的产品个数，求ξ的分布列和数学期望；

（Ⅱ）将甲设备生产的产品成箱包装出售时，需要进行检验．已知每箱有100件产品，每件产品的检验费用为50元．检验规定：若检验出三级品需更换为一级或二级品；若不检验，让三级品进入买家，厂家需向买家每件支付200元补偿．现从一箱产品中随机抽检了10件，结果发现有1件三级品．若将甲设备的样本频率作为总体的概率，以厂家支付费用作为决策依据，问是否对该箱中剩余产品进行一一检验？请说明理由；

（Ⅲ）为加大升级力度，厂家需增购设备．已知这种产品的利润如下：一级品的利润为500元/件；二级品的利润为400元/件；三级品的利润为200元/件．乙种设备产品中一、二、三级品的概率分别是$\frac{2}{5},\frac{1}{2},\frac{1}{10}$．若将甲设备的样本频率作为总体的概率，以厂家的利润作为决策依据，应选购哪种设备？请说明理由．

21.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=\ln x+ax+1$．

（Ⅰ）若函数$f(x)$有两个零点，求a的取值范围；

（Ⅱ）$f(x)\leqslant xe^{x}$恒成立，求a的取值范围．

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑．

22.（本小题满分10分）**【选修4-4：坐标系与参数方程】**

在平面直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{t}{t+1},\\ y=\dfrac{2t+1}{t+1}\end{cases}$（$t$为参数），曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases}x=2+2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求曲线C_1的普通方程和曲线C_2的极坐标方程；

（Ⅱ）射线$\theta_1=\beta(0<\beta<\dfrac{\pi}{2})$与曲线$C_2$交于$O,P$两点，射线$\theta_2=\dfrac{\pi}{2}+\beta$与曲线$C_1$交于点$Q$，若$\triangle OPQ$的面积为1，求$|OP|$的值．

23.（本小题满分10分）**【选修4-5：不等式选讲】**

已知a,b,c为正实数．

（Ⅰ）若$a+b+c=1$，证明：$(\dfrac{1}{a}-1)(\dfrac{1}{b}-1)(\dfrac{1}{c}-1)\geqslant 8$；

（Ⅱ）证明：$\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\geqslant\dfrac{3}{2}$．