太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(文科)

(考试时间：下午3：00——5：00)

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，第Ⅰ卷1至4页，第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效。
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\mid (x-2)(x+1)<0\}$，$B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid -1<x\leqslant 1\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$

2. 设复数 z 满足 $(1-i)\cdot z=i$，则 $|z|=$

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

3. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_2=2$，$S_3=-6$，则 $S_5=$

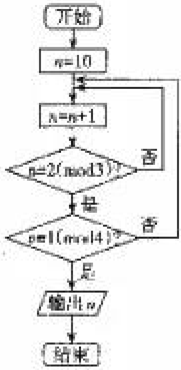
A. -22　　B. -14　　C. 10　　D. 18

4. 已知 $a=\log_3 2$，$b=5^{0.2}$，$c=0.5^{0.2}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $b<a<c$　　D. $c<a<b$

5. 右边程序框图的算法源于我国古代闻名中外的《中国剩余定理》. $n\equiv N(\mathrm{mod}\,m)$ 表示正整数 n 除以正整数 m 的余数为 N，例如 $10\equiv 4(\mathrm{mod}\,6)$. 执行该程序框图，则输出的 n 等于



A. 11

B. 13

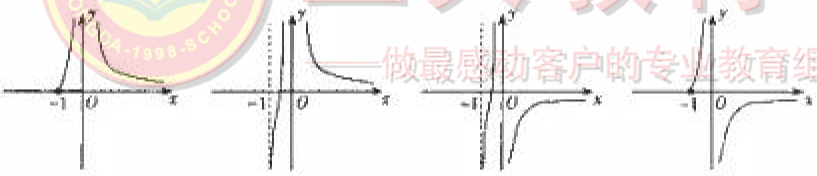
C. 14

D. 17

6. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{1}{4}$，则 $\sin 2x=$

A. $\frac{15}{16}$　　B. $\frac{9}{16}$　　C. $\frac{7}{8}$　　D. $\pm\frac{15}{16}$

7. 函数 $f(x)=\frac{1}{x-\ln(x+1)}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

8. 圆周率 π 是数学中一个非常重要的数，历史上许多中外数学家利用各种办法对 π 进行了估算．现利用下列实验我们也可对圆周率进行估算．假设某校共有学生 N 人，让每人随机写出一对小于1的正实数 a,b，再统计出 $a,b,1$ 能构造锐角三角形的人数 M，利用所学的有关知识，则可估计出 π 的值是

A. $\frac{4M}{N}$　　B. $\frac{2M+N}{N}$

C. $\frac{4(N-M)}{N}$　　D. $\frac{4M+2N}{N}$

9. 已知a,b是两个非零向量，其夹角为θ，若$(a+b)\perp(a-b)$，且$|a+b|=2|a-b|$，则$\cos\theta=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 过抛物线$y^2=4x$的焦点的直线l与抛物线交于A,B两点，设点$M(3,0)$．若$\triangle MAB$的面积为$4\sqrt{2}$，则$|AB|=$

A. 2　　B. 4　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 8

11. 对于函数$f(x)=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)-\frac{1}{2}|\sin x-\cos x|$，有下列说法：

①$f(x)$的值域为$[-1,1]$；

②当且仅当$x=2k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in Z)$时，函数$f(x)$取得最大值；

③函数$f(x)$的最小正周期是π；

④当且仅当$x\in(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2})(k\in Z)$时$f(x)>0$．

其中正确的结论是

A. ①②　　B. ②④　　C. ③④　　D. ①③

12. 三棱锥P-ABC中，$AB\perp BC$，$\triangle PAC$为等边三角形，二面角P-AC-B的余弦值为$-\frac{\sqrt{6}}{3}$，当三棱锥的体积最大时，其外接球的表面积为8π，则三棱锥体积的最大值为

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数 学 试 卷(文科)

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分，第13题~第21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22题、第23题为选考题，考生根据要求作答．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．

13. 若曲线 $f(x)=me^x+n$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=ex$，则 $m+n=$ ______．

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 是双曲线上一点，若 $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形，$\angle PF_1F_2=120^\circ$，则双曲线的离心率为______．

15. 已知 $\triangle ABC$ 中，a,b,c 分别是内角 A,B,C 的对边，$a+c=6$，$\frac{\sin B}{1+\cos B}=\frac{\sin A}{3-\cos A}$，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是______．

16. 中国古代教育要求学生掌握"六艺"，即"礼、乐、射、御、书、数"．某校为弘扬中国传统文化，举行有关"六艺"的知识竞赛．甲、乙、丙三位同学进行了决赛，决赛规则：决赛共分6场，每场比赛的第一名、第二名、第三名的得分分别为 $a,b,c\ (a>b>c,a,b,c\in N^*)$，选手最后得分为各场得分之和，决赛结果是甲最后得分为26分，乙和丙最后得分都为11分，且乙在其中一场比赛中获得第一名，现有下列说法：

①每场比赛第一名得分 $a=4$ 分；

②甲可能有一场比赛获得第二名；

③乙有四场比赛获得第三名；

④丙可能有一场比赛获得第一名．

则以上说法中正确的序号是______．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17.（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$S_n=\frac{3}{2}a_n+n-3$.

（Ⅰ）求证：数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

（Ⅱ）若$b_n=\log_3(a_1-1)+\log_3(a_2-1)+\cdots+\log_3(a_n-1)$，$c_n=\frac{1}{b_n}$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$T_n$.

18.（本小题满分12分）

按照水果市场的需要等因素，水果种植户把某种成熟后的水果按其直径d的大小分为不同的等级．某商家计划从该种植户那里购进一批这种水果销售，为了了解这种水果的质量等级情况，随机抽取了100个这种水果，统计得到如下直径分布表：（单位：mm）

d	[18,20)	[20,22)	[22,24)	[24,26)	[26,28)
等级	三级品	二级品	一级品	特级品	特级品
频数	1	m	29	n	7

用分层抽样的方法从其中的一级品和特级品中共抽取6个，其中一级品2个．

（Ⅰ）估计这批水果中特级品的比例；

（Ⅱ）已知样本中这种水果不按等级混装的话20个约1斤，该种植户有20000斤这种水果待售，商家提出两种收购方案：

方案A：以6.5元/斤收购；

方案B：以级别分装收购，每袋20个，特级品8元/袋，一级品5元/袋，二级品4元/袋，三级品3元/袋．

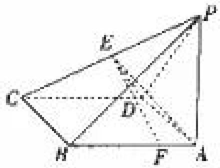
用样本的频率分布估计总体分布，问哪个方案种植户的收益更高？并说明理由．

19.（本小题满分12分）

如图，已知四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是正方形，侧面$PCD\perp$底面$ABCD$，$PD=DC=2$，$\angle PDC=120^{\circ}$，E是PC的中点，点F在AB上，且$AB=4AF$.

（Ⅰ）求证：$EF\perp CD$；

（Ⅱ）求点F到平面ADE的距离.



20.（本小题满分12分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，一个顶点为$M(0,1)$，直线$l$交椭圆于$A,B$两点，且$MA\perp MB$.

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）证明：直线l过定点.

21.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=2\ln x+\dfrac{a}{x}+1$.

（Ⅰ）若函数$f(x)$有两个零点，求a的取值范围；

（Ⅱ）证明：当$a=1$时，对任意满足$f(x_1)=f(x_2)=2m+1$的正实数x_1，$x_2(x_1<x_2)$，都有$x_1+x_2>1$.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑．

22.（本小题满分10分）【选修4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases} x = \dfrac{t}{t+1}, \\ y = \dfrac{2t+1}{t+1} \end{cases}$（$t$为参数），曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases} x = 2 + 2\cos\alpha, \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求曲线C_1的普通方程和曲线C_2的极坐标方程；

（Ⅱ）射线$\theta_1 = \beta\left(0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}\right)$与曲线$C_2$交于$O$，$P$两点，射线$\theta_2 = \dfrac{\pi}{2} + \beta$与曲线$C_1$交于点$Q$，若$\triangle OPQ$的面积为1，求$|OP|$的值．

23.（本小题满分10分）【选修4-5：不等式选讲】

已知a，b，c为正实数．

（Ⅰ）若$a + b + c = 1$，证明：$\left(\dfrac{1}{a} - 1\right)\left(\dfrac{1}{b} - 1\right)\left(\dfrac{1}{c} - 1\right) \geq 8$；

（Ⅱ）证明：$\dfrac{a}{b+c} + \dfrac{b}{a+c} + \dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{3}{2}$．