



2019~2020 学年第一学期高三年级期末考试

数 学 试 卷(文科)

(考试时间:上午 7:30—9:30)

说明:本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,答题时间 120 分钟,满分 150 分。

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

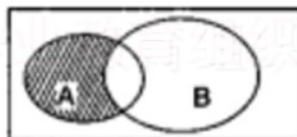
1. 设集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$, 则下图中阴影部分所表示的集合为

A. $\{1\}$

B. $\{0\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{0, 1\}$



2. 若复数 $z = \frac{2}{1 + \sqrt{3}i}$, 则 $|z| =$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 1

D. 2

3. 命题:“若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ”的否命题是

A. 若 $a \leq b$, 则 $a + c \leq b + c$

B. 若 $a + c \leq b + c$, 则 $a \leq b$

C. 若 $a + c > b + c$, 则 $a > b$

D. 若 $a > b$, 则 $a + c \leq b + c$

4. $\tan 105^\circ =$

A. $2 + \sqrt{3}$

B. $-2 + \sqrt{3}$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $-2 - \sqrt{3}$



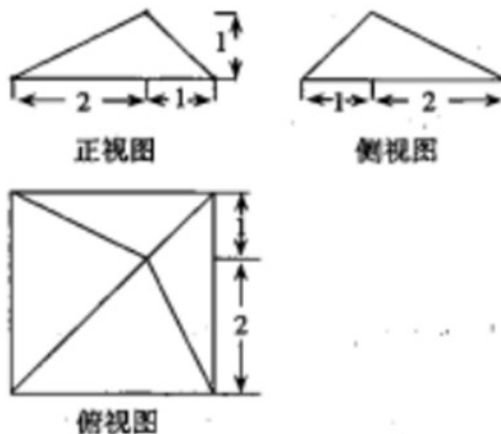


5. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $4a_1, a_3, 2a_2$ 成等差数列, 则公比 $q =$

- A. 1
- B. 1或2
- C. -1
- D. 2或 - 1

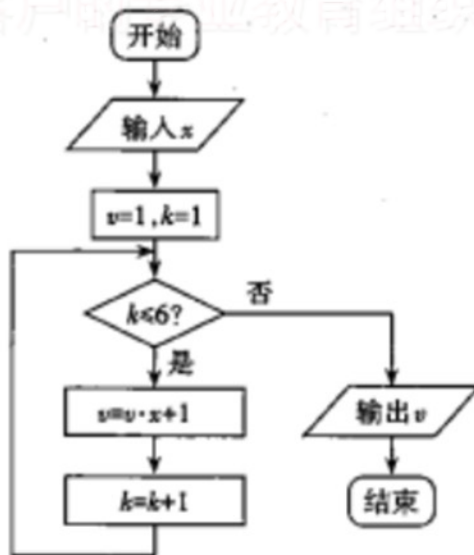
6. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥的体积为

- A. $\sqrt{3}$
- B. 2
- C. 3
- D. 9



7. 秦九韶是我国南宋时期的数学家, 他在《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法, 至今仍是比较先进的算法. 如图所示的程序框图, 给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例. 若输入 x 的值为 2, 则输出 v 的值为

- A. $2^7 - 1$
- B. 2^7
- C. $2^6 - 1$
- D. 2^6



8. 函数 $f(x) = \cos(x + 2\theta) + 2\sin\theta\sin(x + \theta)$ 的最大值是

- A. 2
- B. $\sqrt{3}$
- C. 1
- D. $\sqrt{5}$





9. 已知三个村庄 A, B, C 所处的位置恰好位于三角形的三个顶点处, 且 $AB=6\text{km}, BC=8\text{km}, AC=10\text{km}$. 现在 $\triangle ABC$ 内任取一点 M 建一大型的超市, 则 M 点到三个村庄 A, B, C 的距离都不小于 2km 的概率为

A. $\frac{3 + \sqrt{3}}{24}$

B. $\frac{\pi}{12}$

C. $\frac{21 - \sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{12 - \pi}{12}$

10. 若对任意的实数 $x > 0, x \ln x - x - a \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty, -1]$

B. $(-\infty, 1]$

C. $[-1, +\infty)$

D. $[1, +\infty)$

11. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC \perp$ 底面 $ABCD, ABCD$ 为正方形, $QA \parallel PC, \angle PBC = \angle AQB = 60^\circ$,

记四棱锥 $P-ABCD$ 与四棱锥 $Q-ABCD$ 的外接球的半径分别为 R_1, R_2 , 则 $\frac{R_1}{R_2} =$

A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$

B. $\frac{\sqrt{105}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{35}}{9}$

D. $\frac{\sqrt{105}}{9}$

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} e^x, & 0 < x \leq 1, \\ \frac{1}{x} + e - 1, & 1 < x \leq e. \end{cases}$ 若方程 $f(x) = kx + e$ 有且仅有 3 个实数解, 则实数 k 的

取值范围是

A. $(0, e]$

B. $(\frac{1-e}{e^2}, e]$

C. $(\frac{1-e}{e}, -\frac{1}{4}]$

D. $(-\frac{1}{4}, \frac{1-e}{e^2}]$





2019~2020 学年第一学期高三年级期末考试

数学试卷(文科)

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

说明:本卷包括必考题和选考题两部分.第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.

第 22 题~第 23 题为选考题,考生根据要求作答.

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中.
2. 答卷前将密封线内项目填写清楚.

题号	二	三						总分
		17	18	19	20	21	22-23	
得分								

得分	评卷人

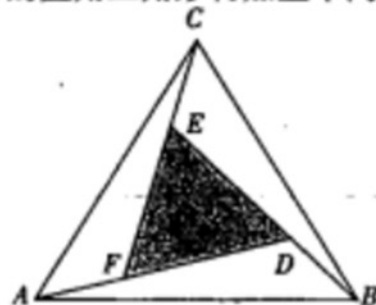
二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = a \log_2 x + x$ 的图象过点 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, 则实数 $a =$ _____.

14. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0, \\ x + y - 4 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = y - 2x$ 的最小值为 _____.

15. 若 $0 < a < b < 1, x = a^a, y = b^b, z = \log_b a$, 则 x, y, z 由小到大排列为 _____.

16. 赵爽是我国古代数学家.大约在公元 222 年,他为《周髀算经》一书作序时,介绍了“勾股圆方图”,亦称“赵爽弦图”(以弦为边长得到的正方形由 4 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成).类比“赵爽弦图”,可构造如图所示的图形,它是由 3 个全等的三角形与中间一个小等边三角形拼成的一个较大的等边三角形,设 $\overline{AD} = \lambda \overline{AB} + \mu \overline{AC}$, 若 $DF = 2AF$, 则可以推出 $\lambda + \mu =$ _____.





三、解答题(本大题共70分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

(一)必考题:共60分.

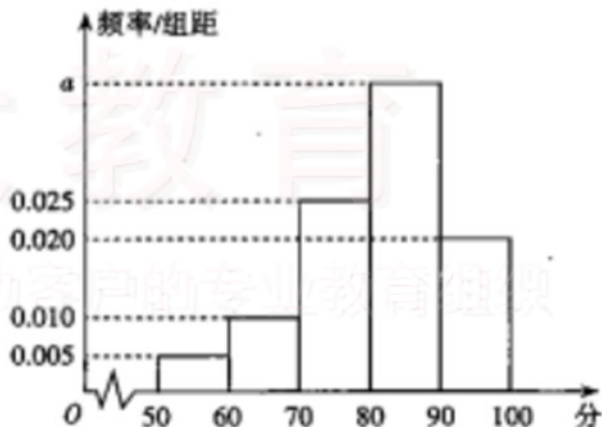
得分	评卷人

17. (本小题满分12分)

为提高产品质量,某企业质量管理部门经常不定期地对产品进行抽查检测,现对某条生产线上随机抽取的100个产品进行相关数据的分析,并对每个产品进行综合评分(满分100分),将每个产品所得的综合评分制成如图所示的频率分布直方图,记综合评分为80分及以上的产品为一等品.

(I)求图中 a 的值,并估计综合评分的中位数;

(II)用样本估计总体,以频率作为概率,现在该条生产线按一等品和非一等品分层抽样,抽取5个产品,再从这5个产品中随机抽取2个产品记录有关数据,求这2个产品中恰有一个一等品的概率.





得分	评卷人

18. (本小题满分12分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a\cos C + \frac{1}{2}c = b$.

(I) 求角 A ;

(II) 若 $b = 4, c = 6$, 求 $\cos B$ 和 $\cos(A + 2B)$ 的值.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





得分	评卷人

19. (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_n = 2a_n - n (n \in \mathbb{N}^*)$.

(I) 证明: $\{a_n + 1\}$ 是等比数列;

(II) 求 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1}$ 的值.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





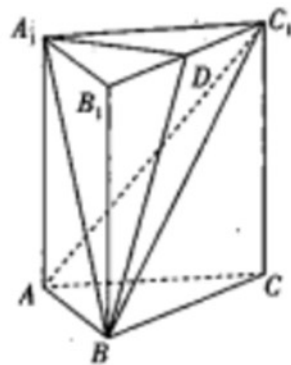
得分	评卷人

20. (本小题满分12分)

如图,三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1A \perp$ 底面 ABC , 点 D 是棱 B_1C_1 的中点, $AB = AC = \sqrt{2}$, $BC = BB_1 = 2$.

(I) 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 A_1BD ;

(II) 求点 D 到平面 ABC_1 的距离.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





得分	评卷人

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x - a \ln x - x$.

(I) 当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上存在极值点, 求实数 a 的取值范围.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





(二)选考题:共10分.请考生在第22、23两题中任选一题做答.如果多做,则按所做的第一题计分.

得分	评卷人

22. (本小题满分10分) 【选修4-4】坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = \sqrt{5} + 2t \end{cases}$ (t 为参数), 以原点 O 为极点,

x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos 2\theta + 4 = 0$.

(I) 写出直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $A(0, \sqrt{5})$, 直线 l 与曲线 C 相交于点 M, N , 求 $\frac{1}{|AM|} + \frac{1}{|AN|}$ 的值.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





得分	评卷人

23. (本小题满分10分) 【选修4-5】不等式选讲

已知 $f(x) = -x + |2x + 1|$

(I) 求不等式 $f(x) < 2$ 的解集 M ;

(II) 设 $a, b \in M$, 证明: $|ab| + 1 > |a| + |b|$.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

