绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试（新课标III）

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

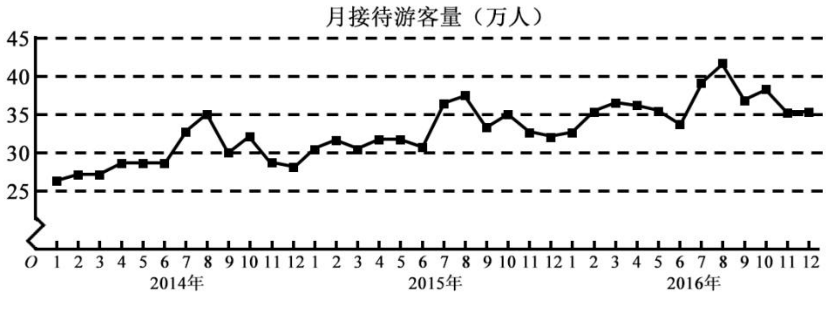
1．已知集合 $A=\left\{(x,y)\middle|\ x^2+y^2=1\right\}$，$B=\left\{(x,y)\middle|\ y=x\right\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

2．设复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=2\mathrm{i}$，则 $|z|=$

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

3．某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图．学#科&网



根据该折线图，下列结论错误的是

A．月接待游客量逐月增加

B．年接待游客量逐年增加

C．各年的月接待游客量高峰期大致在 7,8 月份

D．各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳

4．$(x+y)(2x-y)^5$的展开式中x^3y^3的系数为

A．-80　　B．-40　　C．40　　D．80

5．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0,b>0$)的一条渐近线方程为$y=\dfrac{\sqrt{5}}{2}x$,且与椭圆$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$有公共焦点，则 C 的方程为

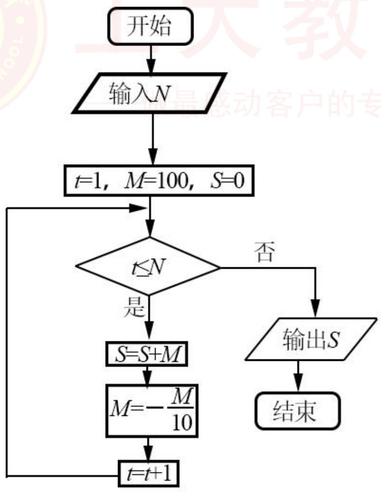
A．$\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{10}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$

6．设函数 $f(x)=\cos(x+\dfrac{\pi}{3})$，则下列结论错误的是

A．$f(x)$的一个周期为-2π　　B．$y=f(x)$的图像关于直线 $x=\dfrac{8\pi}{3}$ 对称

C．$f(x+\pi)$的一个零点为 $x=\dfrac{\pi}{6}$　　D．$f(x)$在$(\dfrac{\pi}{2},\pi)$单调递减

7．执行下面的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

8．已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为

A．π　　B．$\dfrac{3\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{\pi}{4}$

9．等差数列$\{a_n\}$的首项为 1，公差不为 0．若 a_2，a_3，a_6 成等比数列，则$\{a_n\}$前 6 项的和为

A．-24　　B．-3　　C．3　　D．8

10．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，（$a>b>0$）的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线

$bx-ay+2ab=0$ 相切，则 C 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

11．已知函数 $f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 a=

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

12．在矩形 ABCD 中，AB=1，AD=2，动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上．若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，

则 $\lambda+\mu$ 的最大值为

A．3　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\ge 0\\ x+y-2\le 0\\ y\ge 0\end{cases}$，则 $z=3x-4y$ 的最小值为__________.

14．设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=-1$, $a_1-a_3=-3$，则 $a_4=$____________.

15．设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\le 0,\\ 2^x, & x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$ 的 x 的取值范围是__________。

16．a，b 为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形 ABC 的直角边 AC 所在直线与 a，b 都垂直，斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴旋转，有下列结论：

①当直线 AB 与 a 成 60°角时，AB 与 b 成 30°角；

②当直线 AB 与 a 成 60°角时，AB 与 b 成 60°角；

③直线 AB 与 a 所称角的最小值为 45°；

④直线 AB 与 a 所称角的最小值为 60°；

其中正确的是__________。（填写所有正确结论的编号）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$．

（1）求 c；

（2）设 D 为 BC 边上一点，且 $AD\perp AC$,求$\triangle ABD$ 的面积.

18．（12 分）

某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间[20，25），需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15）	[15，20）	[20，25）	[25，30）	[30，35）	[35，40）
天数	2	16	36	25	7	4

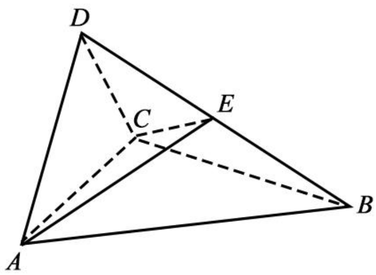
以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率。

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量 X（单位：瓶）的分布列；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量 n（单位：瓶）为多少时，Y 的数学期望达到最大值？学科*网

19．（12 分）

如图，四面体 $ABCD$ 中，$\triangle ABC$ 是正三角形，$\triangle ACD$ 是直角三角形，$\angle ABD=\angle CBD$，$AB=BD$．



（1）证明：平面 $ACD\perp$平面 ABC；

(2)过 AC 的平面交 BD 于点 E,若平面 AEC 把四面体 $ABCD$ 分成体积相等的两部分,求二面角 $D\text{–}AE\text{–}C$ 的余弦值.

20．（12 分）

已知抛物线 C：$y^2=2x$，过点（2,0）的直线 l 交 C 与 A,B 两点，圆 M 是以线段 AB 为直径的圆.

（1）证明：坐标原点 O 在圆 M 上；

（2）设圆 M 过点 P（4，-2），求直线 l 与圆 M 的方程.

21．（12 分）

已知函数 $f(x)=x-1-a\ln x$.

（1）若 $f(x)\geq 0$，求 a 的值；

（2）设 m 为整数，且对于任意正整数 n，$(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{2^2})\ldots(1+\frac{1}{2^n})<m$，求 m 的最小值.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=kt,\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+m,\\ y=\frac{m}{k},\end{cases}$（$m$为参数）. 设 l_1 与 l_2 的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C.

（1）写出 C 的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，$M$ 为 l_3 与 C 的交点，求 M 的极径.

23．[选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)\geq 1$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\geq x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.