



2019~2020 学年度第一学期九年级阶段性测评

数学试卷—解析

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将其字母序号填入下表相应位置)

1. 一元二次方程 $x(x-2)=0$ 的根为 ()

- A. $x=0$
- B. $x=2$
- C. $x_1=0, x_2=2$
- D. $x_1=0, x_2=-2$

【考点】解一元二次方程

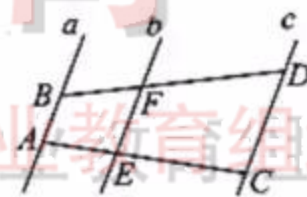
【难度星级】★

【答案】C

【解析】见答案

2. 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, 点 A, B 在直线 a 上, 点 C, D 在直线 c 上, 线段 AC, BD 分别交直线 b 于点 E, F , 则下列线段的比与 $\frac{AE}{AC}$ 一定相等的是 ()

- A. $\frac{CE}{AC}$
- B. $\frac{BF}{BD}$
- C. $\frac{BF}{FD}$
- D. $\frac{AB}{CD}$



(第2题图)

【考点】平行线分线段成比例

【难度星级】★

【答案】B

【解析】见答案

3. 中国人民银行于 2019 年 9 月 10 日陆续发行中华人民共和国成立 70 周年纪念币一套. 该套纪念币共 7 枚, 均为中华人民共和国法定货币. 任意掷两枚质量均匀的纪念币, 恰好都是国徽一面朝上的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{4}$





D. $\frac{3}{4}$

【考点】树状图法与列表法

【难度星级】★

【答案】C

【解析】列表或画树状图可知，共有4种等可能结果，其中中国徽朝上的结果有1中，所以 $P = \frac{1}{4}$

4. 已知四边形 $ABCD$ 中， $AB=BC=CD=DA$ ，对角线 AC, BD 相交于点 O 。下列结论一定成立的是 ()

A. $AC \perp BD$

B. $AC=BD$

C. $\angle ABC=90^\circ$

D. $\angle ABC=\angle BAC$

【考点】菱形的判定与性质

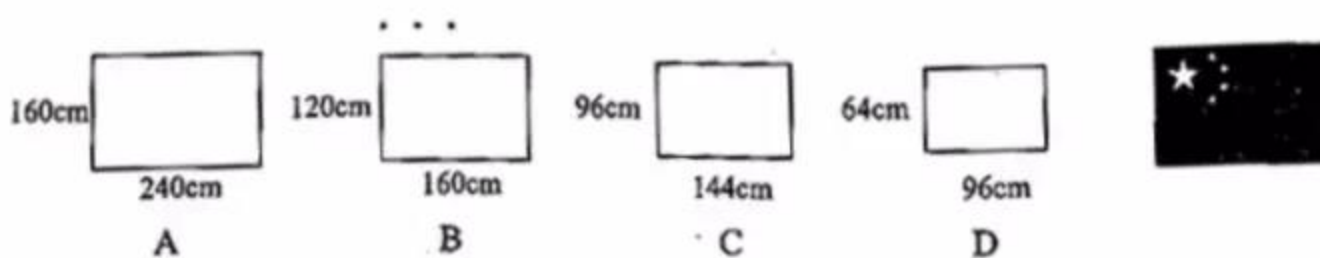
【难度星级】★

【答案】A

【解析】见答案

工大教育

5. 根据中国人民政治协商会议第一届全体会议主席团1949年9月27日公布的国旗制法说明，我国五种规格的国旗旗面为相似矩形，已知一号国旗的标准尺寸是长288cm，高192cm，则下列国旗尺寸不符合标准的是 ()



【考点】相似多边形

【难度星级】★★

【答案】B

【解析】国旗的长宽比为 $\frac{288}{192} = \frac{3}{2}$ ，故 B 选项不符合标准。





6. 若一元二次方程 $x^2+mx+2=0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值是 ()
- A. 2
B. ± 2
C. ± 8
D. $\pm 2\sqrt{2}$

【考点】一元二次方程根的判别式

【难度星级】★

【答案】D

【解析】∵方程有两个相等的实数根

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$\text{即 } m^2 - 4 \times 1 \times 2 = 0$$

$$\text{解得: } m = \pm 2\sqrt{2}$$

7. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 连接 AC , 延长 BC 至点 E , 使 $BE=AC$, 连接 DE . 若 $\angle BAC=40^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数是 ()。
- A. 65° B. 60°
C. 50° D. 40°



【考点】矩形的性质

【难度星级】★★

【答案】A

【解析】连接 BD , 则有 $BD = AC = BE$

∴ $\triangle BDE$ 为等腰三角形

∵ $OA = OB$

∴ $\angle OBA = \angle OAC = 40^\circ$

∴ $\angle DBE = 90^\circ - \angle OBA = 50^\circ$

$$\therefore \angle E = \frac{180^\circ - \angle DBE}{2} = 65^\circ$$





8. 目前, 支付宝平台入驻了不少的理财公司, 推出了一些理财产品. 李阿姨用 10000 元本金购买了一款理财产品, 到后期自动续期, 两期结束后共收回本息 10926 元. 设此款理财产品每期的平均收益率为 x , 根据题意可得方程 ()。
- A. $10000(1+2x)=10926$
 B. $10000(1+x)^2=10926$
 C. $10000(1+2x)^2=10926$
 D. $10000(1+x)(1+2x)=10926$

【考点】一元二次方程的应用

【难度星级】★

【答案】B

【解析】见答案

9. 太原是我国生活垃圾分类的 46 个试点城市之一, 垃圾分类的强制实施也即将提上日程. 根据规定, 我市将垃圾分为了四类: 可回收垃圾、餐厨垃圾、有害垃圾和其他垃圾. 现有投放这四类垃圾的垃圾桶各 1 个, 若将用不透明垃圾袋分类打包好的两袋不同垃圾随机投入进两个不同的垃圾桶, 投放正确的概率是 ()。

- A. $\frac{1}{6}$
 B. $\frac{1}{8}$
 C. $\frac{1}{12}$
 D. $\frac{1}{16}$

【考点】树状图法与列表法

【难度星级】★★

【答案】C

【解析】法一: 树状图, 共有 12 种等可能结果, 两次都投对的结果有 1 种, 故 $P = \frac{1}{12}$

法二: 第一次投对的概率为 $\frac{1}{4}$, 第二次投对的概率为 $\frac{1}{3}$, 故投放正确的概率 $P = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

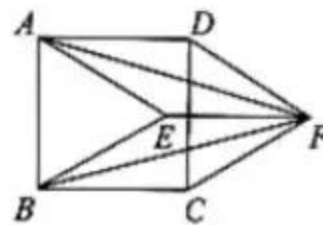




10. 如图, 点 E, F 分别是正方形 $ABCD$ 内部、外部的点, 四边形 $ADFE$ 与四边形 $BCFE$ 均为菱形, 连接 AF, BF . 有如下四个结论: ① $EF=AB$; ② $\angle AEF=120^\circ$; ③ EF 垂直平分 DC ; ④ $S_{\text{菱形}ADFE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABF}$, 其中

正确的是 ()

- A. ①②④
- B. ①②③
- C. ①③④
- D. ①③



(第10题图)

【考点】 正方形的性质; 菱形的性质

【难度星级】 ★★

【答案】 D

【解析】 ①由正方形、菱形性质易得: $EF=AD=AB$, 故①正确

②由正方形、菱形性质易得: $AE=AB=BE$, \therefore 三角形 ABE 为等边三角形, $\angle BAE=60^\circ$

$\therefore \angle EAD=90^\circ-\angle BAE=30^\circ$

又 \because 四边形 $AEFD$ 为菱形

$\therefore \angle AEF=180^\circ-\angle EAD=150^\circ$, 故②错误

③易证 $\triangle DFC$ 为等边三角形, $\angle DFE=\angle CFE$, $\therefore EF$ 垂直平分 DC (三线合一), 故③正确

④延长 FE 交 AB 于点 H , 易知 $EF \neq EH$, $\therefore S_{\triangle AEF} \neq \frac{1}{2} S_{\triangle AHF}$, 故 $S_{\text{菱形}ADFE} \neq \frac{1}{2} S_{\triangle ABF}$, 故④错误

二. 填空题 (本题含 5 个小题, 每小题 2 分, 共 10 分) 把答案写在题中横线上.

11. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{2019}$ ($b+d \neq 0$), 则 $\frac{a+c}{b+d}$ 的值为_____.

【考点】 比例性质

【难度星级】 ★

【答案】 $\frac{1}{2019}$

【解析】 由等比性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{1}{2019}$

12. 对某种品牌的一批酸奶进行质量检验, 检验员随机抽取了 200 瓶该批次的酸奶, 经检验有 198 瓶合格, 若在这批酸奶中任取一瓶, 恰好取到合格品的概率约为_____.





【考点】 频率估计概率

【难度星级】 ★

【答案】 $\frac{99}{100}$

【解析】 见答案

13. 用配方法解一元二次方程 $x^2+4x-3=0$, 配方后的方程为 $(x+2)^2=n$, 则 n 的值为_____.

【考点】 配方法

【难度星级】 ★

【答案】 7

【解析】 如下:

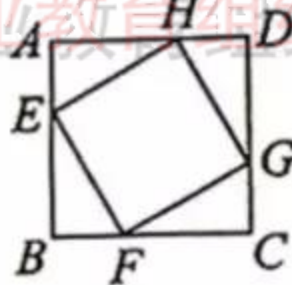
$$x^2+4x=3$$

$$x^2+4x+4=7$$

$$(x+2)^2=7$$

故 $n=7$

14. 如图, 正方形 $EFGH$ 的四个顶点分别在正方形 $ABCD$ 的四条边上, 若正方形 $EFGH$ 与正方形 $ABCD$ 的相似比为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$, 则 $\frac{AE}{BE}$ ($AE < BE$) 的值为_____.



【考点】 相似多边形与勾股方程

【难度星级】 ★★

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 设 $EB=1$, $AB=3x$, 则 $EF=\sqrt{5}x$, $AE=BF=3x-1$, 在 $Rt\triangle BEF$ 中, 由勾股定理可得:

$$(3x-1)^2+1^2=(\sqrt{5})^2$$

解得: $x_1=\frac{1}{2}, x_2=1$

$\because AE < BE$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{AE}{BE}=\frac{3x-1}{1}=\frac{1}{2}$





15. 已知菱形纸片 $ABCD$ 中, $AB=4$, 点 E 是 CD 边的中点, 将该纸片折叠, 使点 B 与点 E 重合, 折痕交 AD , BC 边于点 M , N , 连接 ME , NE .

请从下面 A、B 两题中任选一题作答, 我选择_____题.

A. 如图 1, 若 $\angle A=60^\circ$, 则 ME 的长为_____.

B. 如图 2, 若 $\angle A=90^\circ$, 则 ME 的长为_____.

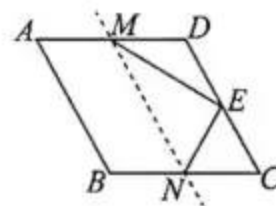


图1

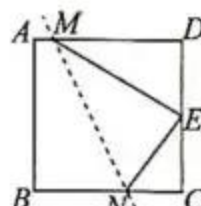


图2

【考点】 菱形性质; 折叠问题

【难度星级】 ★★★

【答案】 A: $2\sqrt{3}$

B: $\frac{\sqrt{65}}{2}$

【解析】 A: 连接 BD , 则三角形 BDC 为等边三角形, 由折叠易得 BE 垂直平分 MN , 即 $BF=FE$ 且 $BF \perp FE$,

又有 $BE \perp DC$ (三线合一), 易得: $MN \parallel CD$,

$$\therefore \frac{AM}{MD} = \frac{BF}{FE} = 1, \text{ 即 } AM=MD$$

易得 $MD=DE=2$

所以 $\triangle MDE$ 为顶角 120° 的等腰三角形, 根据三边关系 $1:1:\sqrt{3}$ 可得 $ME=2\sqrt{3}$

B: 连接 BM , 由中垂线的性质可知: $BM=EM$

设 $AM=x$, $MD=4-x$, 在 $Rt\triangle ABM$ 和 $Rt\triangle DME$ 中:

$$x^2 + 4^2 = (4-x)^2 + 2^2$$

$$\text{解得: } x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore ME = \sqrt{(4-x)^2 + 2^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

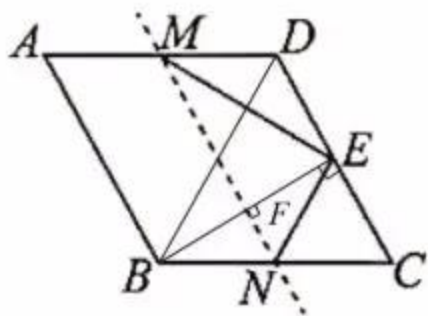


图1

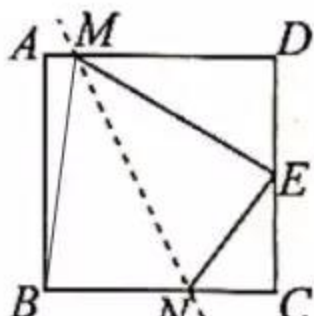


图2





三. 解答题 (本题含 8 个小题, 共 60 分) 解答应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程.

16. 解下列方程: (每小题 5 分, 共 10 分)

(1) $4x^2+4x-1=0$

(2) $x(2x-1)=2(2x-1)$

【考点】解一元二次方程

【难度星级】★★

【答案】(1) $x_1 = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{2}}{2}$

(2) $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}$

【解析】见答案

17. (本题 6 分)

“共和国勋章”是中华人民共和国的最高荣誉勋章, 在 2019 年获得“共和国勋章”的八位杰出人物中, 有于敏、孙家栋、袁隆平、黄旭华四位院士, 如图是四位院士 (依次记为 A、B、C、D) 为让同学们了解四位院士的贡献, 老师设计如下活动: 取四张完全相同的卡片, 分别写上 A、B、C、D 四个标号, 然后背面朝上放置, 搅匀后每个同学可以从中随机抽取一张, 记下标号后放回, 老师要求每位同学依据抽到的卡片上的标号查找相应院士的资料制作小报, 求小明和小华查找同一位院士资料的概率.

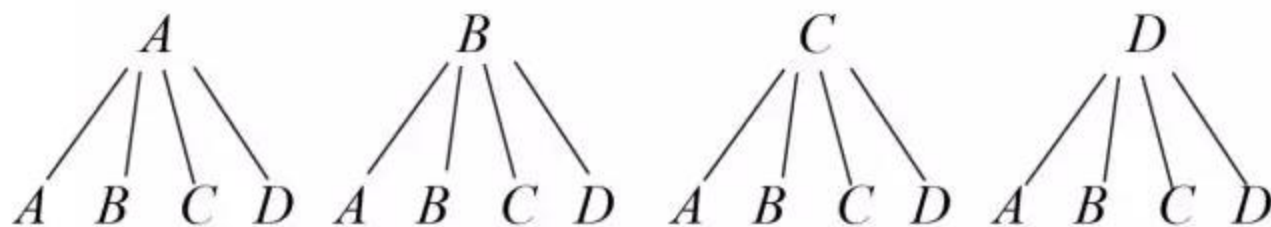


【考点】树状图法与列表法

【难度星级】★★

【答案】 $\frac{1}{4}$

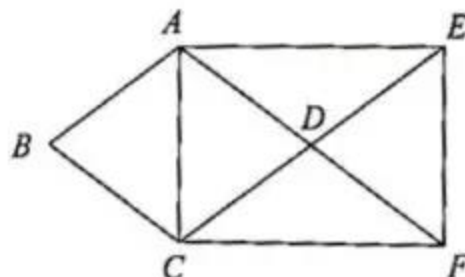
【解析】共有 16 种等可能结果, 其中查找同一院士的结果有 4 种, 故 $P = \frac{1}{4}$





18. (本题 6 分)

如图, 已知菱形 $ABCD$, 延长 AD 点到 F , 使 $DF=AD$, 延长 CD 到点 E , 使 $DE=CD$, 顺次连接点 A 、 C 、 F 、 E , 求证: 四边形 $ACFE$ 是矩形.



【考点】矩形的判定

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】 $\because AD=DF, DE=CD$

\therefore 四边形 $ACFE$ 是平行四边形

\because 四边形 $ABCD$ 为菱形

$\therefore AD=CD$

$\therefore AD+DF=CD+DE$

$\therefore AF=CE$

\therefore 四边形 $ACFE$ 为矩形

工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

19. 方格图中的每个小方格都是边长为 1 小正方形, 我们把小正方形的顶点称为格点, 格点连线为边的四边形称为“格点四边形”, 图 1 中的四边形 $ABCD$ 就是一个格点四边形.

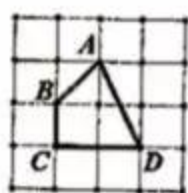


图1

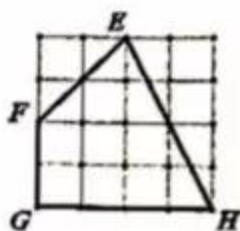


图2

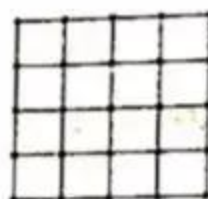


图3

(1) 小彬在图 2 的方格图中画了一个格点四边形 $EFGH$, 借助方格图回答:

四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 相似吗? 若相似, 直接写出四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 的相似比; 若不相似, 请说明理由;

(2) 请在图 3 的方格图中画一个格点四边形, 使它与四边形 $ABCD$ 相似, 但与四边形 $ABCD$ 、四边形 $EFGH$ 都不全等.





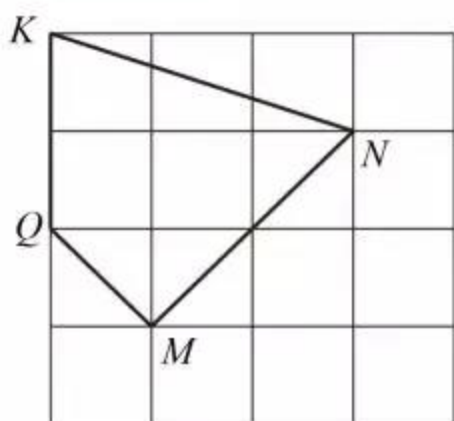
【考点】相似多边形

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】(1) 相似; 相似比为 $\frac{1}{2}$

(2) 见下图



20. (本题 10 分)

为倡导积极健康的生活方式、丰富居民生活, 社区推出系列文化活动, 其中的乒乓球比赛采用单循环赛制 (即每两名参赛者之间都要进行一场比赛). 经统计, 此次乒乓球比赛男子组共要进行 28 场单打.

- (1) 参加此次乒乓球男子单打比赛的选手有多少名?
- (2) 在系列文化活动中, 社区与某旅行社合作, 组织“丰收节”采摘活动, 收费标准是: 如果人数不超过 20 人, 每人收费 200 元; 如果超过 20 人, 每增加 1 人, 每人费用都减少 5 元. 经统计, 社区共支付“采摘活动”费用 4500 元, 求参加此次“丰收节”采摘的人数.

【考点】一元二次方程的应用

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】(1) 设参加此次乒乓球单打比赛的选手有 x 名

$$\frac{x(x-1)}{2} = 28$$

解得: $x_1 = 8$, $x_2 = -7$ (舍)

∴ 参加此次乒乓球单打比赛的选手有 8 名.

(2) 设采摘人数为 y 人

$$[200 - 5(y - 20)] \cdot y = 4500$$





解得: $y_1 = y_2 = 30$

∴ 采摘人数为 30 人.

21. (本题 5 分)

阅读下列材料, 完成相应的任务:

我们知道, 利用尺规作已知线段的垂直平分线可以得到该线段的中点、四等分点... 怎样得到线段的三等分点呢? 如图, 已知线段 MN , 用尺规在 MN 上求作点 P , 使 $PM = \frac{1}{3}MN$.

小颖的作法是:

- ① 作射线 MK (点 K 不在直线 MN 上);
- ② 在射线 MK 上依次截取线段 MA, AB , 使 $AB=2MA$, 连接 BN ;
- ③ 作射线 $AC \parallel BN$, 交 MN 于点 P . 点 P 即为所求作的点.

小颖作法的理由如下:

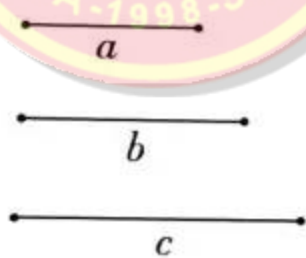
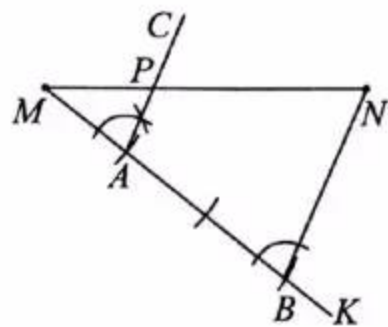
∵ $AC \parallel BN$ (作法), ∴ $\frac{AM}{AB} = \frac{PM}{PN}$ (依据_____).

∵ $AB=2MA$ (已知), ∴ $\frac{AM}{AB} = \frac{PM}{PN} = \frac{1}{2}$ (等量代换).

∵ $PM+PN=MN$ (线段和差定义), ∴ $PM = \frac{1}{3}MN$ (等量代换, 等式性质).

数学思考: (1) 小颖作法理由中所缺的依据是: _____;

拓展应用: (2) 如图, 已知线段 a, b, c , 求作线段 d , 使 $a:b=c:d$.



工大教育
——做最感动客户的专业教育组织

【考点】 平行线分线段成比例定理

【难度星级】 ★★

【答案】 见解析

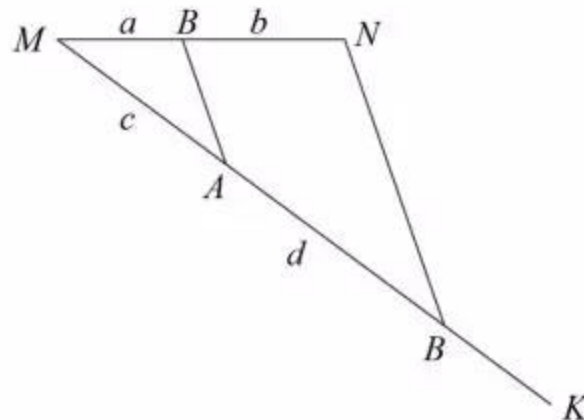
【解析】 (1) 平行线分线段成比例定理

(2) 如图: ① 作线段 $MB=a, BN=b$ (MB, BN 共线)

② 作射线 MK

③ 在射线 MK 上截取 MA , 使 $MA=c$, 连接 AB

④ 过点 N 作 $NB \parallel BA$, 交 MK 于点 B , AB 即为所求线段 d





22. (本题 8 分)

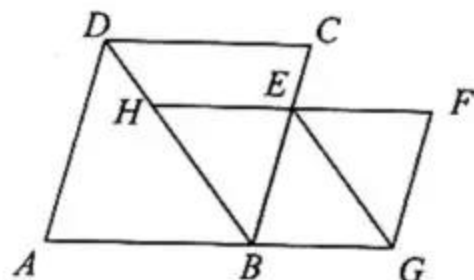
如图, 已知菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$, 点 E 是 BC 边上的一点(不与 B, C 重合), 以 BE 为边构造菱形 $BEFG$, 使点 G 落在 AB 的延长线上, 连接 BD, GE , 射线 FE 交 BD 于点 H .

(1) 求证: 四边形 $BGEH$ 是平行四边形;

(2) 请从下面 A, B 两题中任选一题作答. 我选择_____题.

A. 若四边形 $BGEH$ 为菱形, 则 BD 的长为_____.

B. 连接 HC, CF, BF , 若 $BD=6$, 且四边形 $BHCF$ 为矩形, 则 CF 的长为_____.



【考点】四边形综合

【难度星级】★★★

【答案】见解析

【解析】(1) \because 四边形 $BEFG$ 为菱形

$\therefore EG$ 平分 $\angle BEF$

$\therefore \angle BEG = \frac{1}{2} \angle BEF$

同理可得: $\angle HBE = \frac{1}{2} \angle ABC$

又 $\because EF \parallel BG$

$\therefore \angle ABC = \angle BEF$

$\therefore \angle BEG = \angle HBE$

$\therefore BH \parallel EG$

\therefore 四边形 $BGEH$ 是平行四边形

(2) A. 由题可知: $BE = BG = GE$

$\therefore \triangle BEG$ 为等边三角形, $\angle BGE = 60^\circ$

$\therefore \angle ABD = \angle BGE = 60^\circ$

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形

$\therefore BD = AB = 5$

B. \because 四边形 $CHBF$ 为矩形

工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





$$\therefore CH \perp BD, CF = BH$$

$$\text{又} \because CD = BC$$

\therefore 三角形 DCB 为等腰三角形

$$\therefore BH = DH = \frac{1}{2}BD = 3 \text{ (三线合一)}$$

$$\text{即 } CF = 3$$

23. (本题 10 分)

综合与实践——探究几何元素之间的关系

问题情境: 四边形 $ABCD$ 中, 点 O 是对角线 AC 的中点, 点 E 是直线 AC 上的一个动点 (点 E 与点 C, O, A 都不重合), 过点 A, C 分别作直线 BE 的垂线, 垂足分别为 F, G , 连接 OF, OG .

(1) 初步探究:

如图 1, 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, 且点 E 在线段 OC 上, 求证 $AF = BG$;

(2) 深入思考: 请从下面 A, B 两题中任选一题作答. 我选择 _____ 题.

A. 探究图 1 中 OF 与 OG 的数量关系并说明理由;

B. 如图 2, 已知四边形 $ABCD$ 为菱形, 且点 E 在 AC 的延长线上, 其余条件不变. 探究 OF 与 OG 的数量关系并说明理由;

(3) 拓展延伸: 请从下面 A, B 两题中任选一题作答. 我选择 _____ 题.

如图 3, 已知四边形 $ABCD$ 为矩形, 且 $AB = 4, \angle BAC = 60^\circ$.

A. 点 E 在直线 AC 上运动的过程中, 若 $BF = BG$, 则 FG 的长为 _____.

B. 点 E 在直线 AC 上运动的过程中, 若 $OF \parallel BC$, 则 FG 的长为 _____.

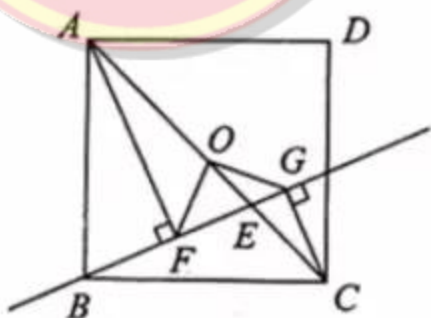


图 1

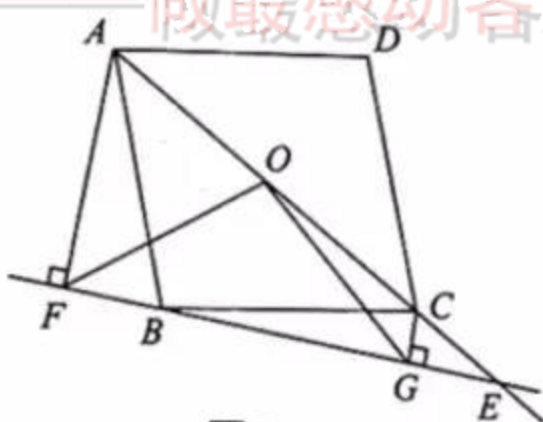


图 2

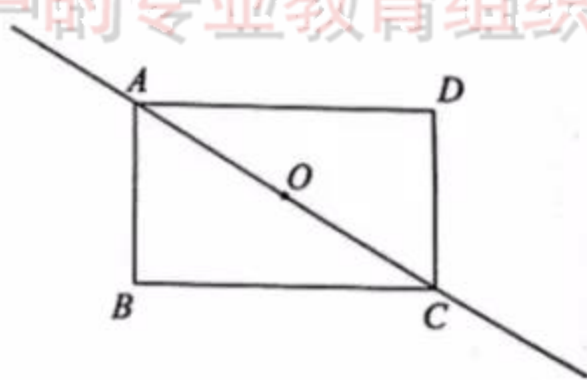


图 3

【考点】四边形综合

【难度星级】★★★★

【答案】见解析

【解析】(1) $\because AF \perp BE, CG \perp BE$

$$\therefore \angle AFB = \angle BGC = 90^\circ$$

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形





∴ $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$

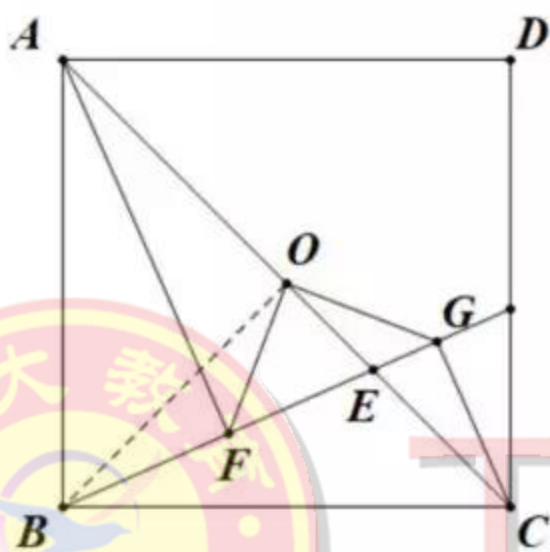
∵ $\angle BAF + \angle ABF = 90^\circ$, $\angle ABF + \angle GBC = 90^\circ$

∴ $\angle BAF = \angle GBC$

∴ $\triangle ABF \cong \triangle BCG$

∴ $AF = BG$

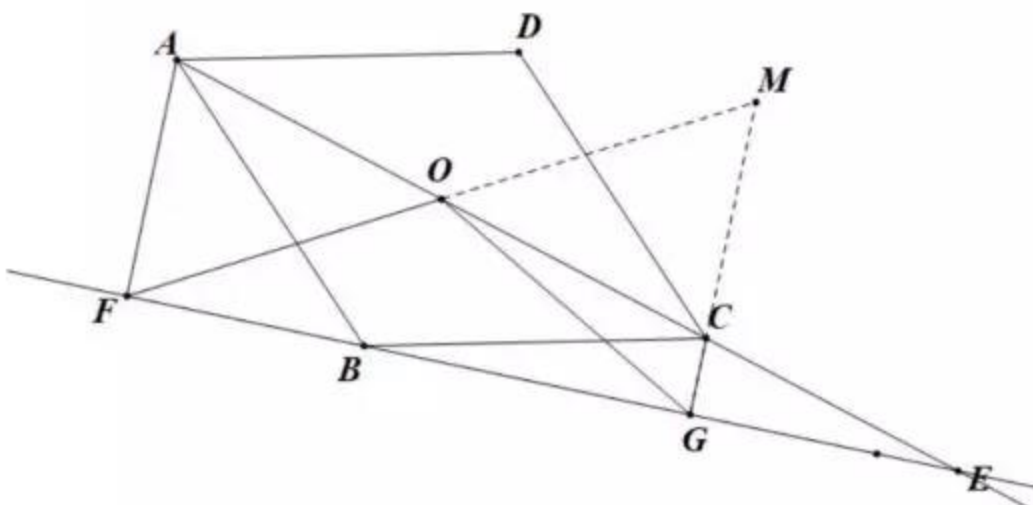
(2) A. 连接 OB , $\begin{cases} OB = OC \\ \angle OBF = \angle OCG \text{ (8字)}, \text{ 易证 } \triangle OBF \cong \triangle OCG, \therefore OF = OG \\ BF = CG \end{cases}$



B. 延长 FO 至点 M , 使 $OM = OF$ (倍长中线), 易得 $\triangle AFO \cong \triangle CMO$

∴ $\triangle FGM$ 为直角三角形

∴ $OG = \frac{1}{2} FM = OF$ (斜边中线等于斜边一半)



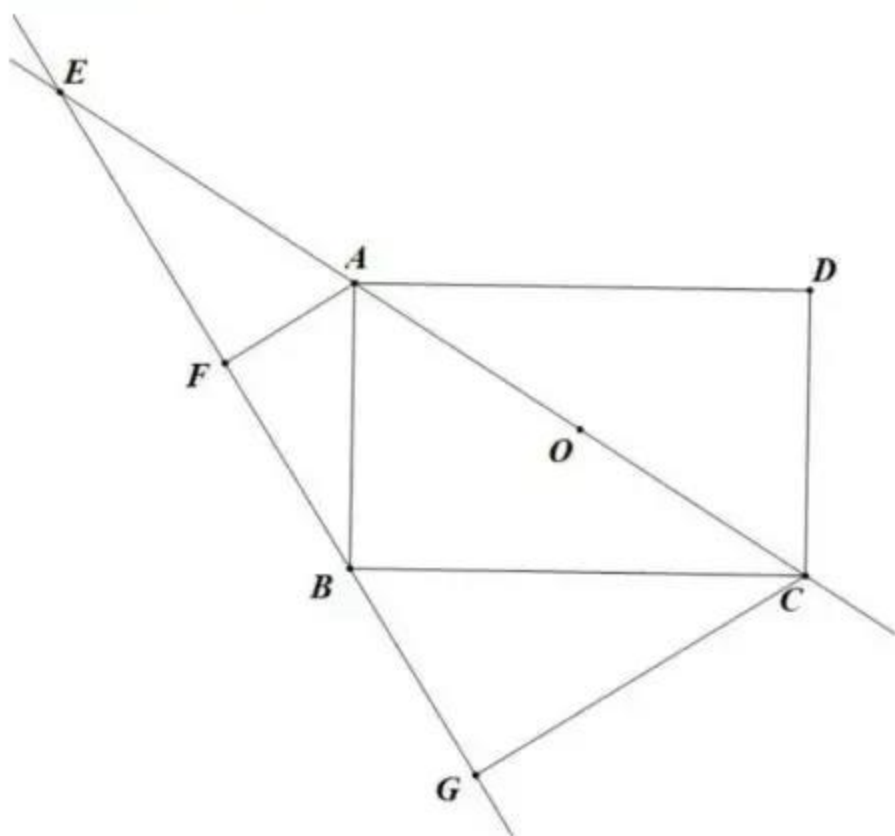
(3) A 题. ①如图, $\triangle AFB \sim \triangle BGC$, 相似比 $AB:BC = 1:\sqrt{3}$

设 $AF = x$, 则 $BG = \sqrt{3}x$, $BF = \sqrt{3}x$, 在 $Rt\triangle AFB$ 中, $x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 4^2$, 解得 $x = 2$





$$\therefore FG = 2\sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$$

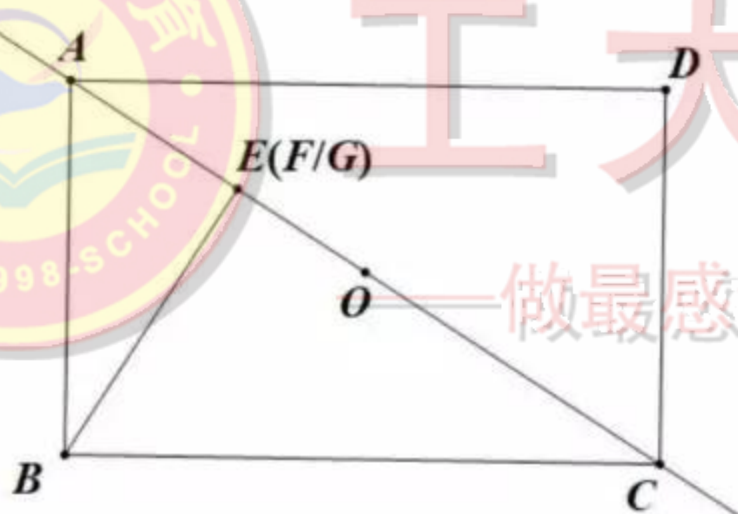


②如图, 此时 F, G 重合, $FG=0$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织



综上, FG 的长为 $4\sqrt{3}$ 或 0





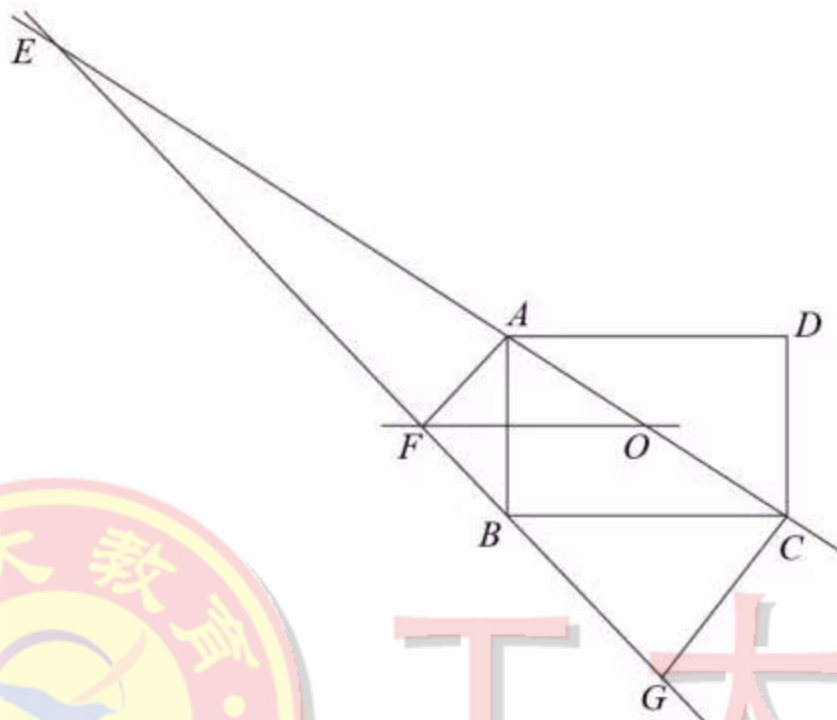
B 题.①如图, $OF \parallel BC$, 易得 OF 垂直平分 AB , $\therefore AF=FB$, 即 $\triangle AFB$ 为等腰直角三角形

$$\therefore AF=BF=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=2\sqrt{2}$$

由 $\triangle AFB \sim \triangle BGC$, 相似比 $AB:BC=1:\sqrt{3}$ 可得:

$$BG=\sqrt{3}AF=2\sqrt{6}$$

$$\therefore FG=2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$$

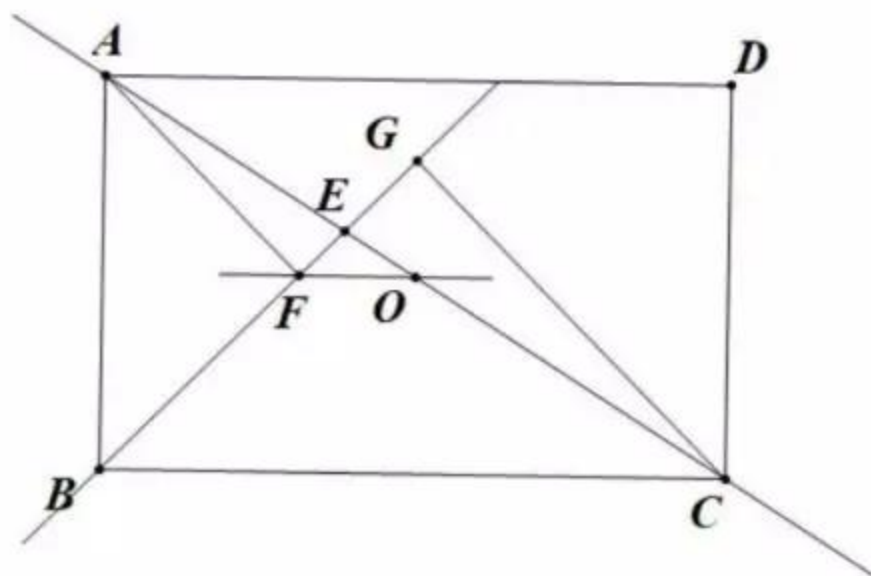


工大教育

②同理可得: 三角形 AFB 和三角形 BGC 均为等腰直角三角形, 相似比为 $AB:BC=1:\sqrt{3}$,

$$\therefore FG=BG-BF=2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$$

——做最感动客户的专业教育组织



综上, FG 的长为 $2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$.

