



太原市 2019 年高三模拟试题(二)

数学试卷(文史类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

注意事项:

- 1.本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 8 页。
- 2.回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
- 3.回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
- 4.回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.已知 i 是虚数单位,则复数 $\frac{2}{(1+i)^2} = ()$

- A. 1 B. -1 C. i D. $-i$

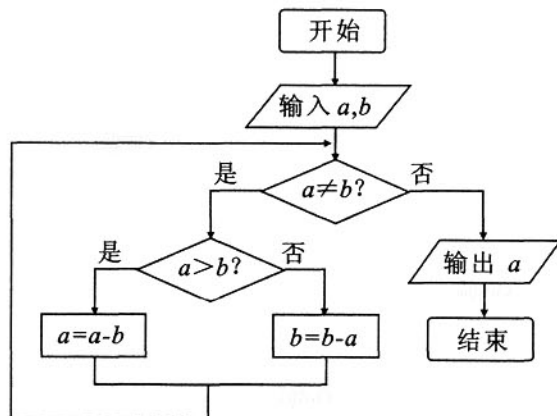
2.已知集合 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{y \mid y = \log_2 x, x \in A\}$, 则 $A \cap B = ()$

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{0, 3\}$

3.如图是根据我国古代数学专著《九章算术》中更相减损术设计的程序框图,若输入的 $a=18$,

$b=42$, 则输出的 $a = ()$

- A. 2
B. 3
C. 6
D. 8





4. 已知 $|\mathbf{a}|=1, |\mathbf{b}|=\sqrt{3}$, 且 $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \perp (3\mathbf{a}+\mathbf{b})$, 则向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为()

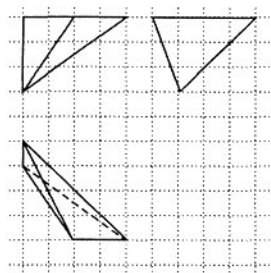
- A. 60° B. 120° C. 30° D. 150°

5. 已知双曲线的一条渐近线方程为 $y=2x$, 且经过点 $(2, 2\sqrt{5})$, 则该双曲线的标准方程为()

- A. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ B. $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ C. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

6. 下图是某几何体的三视图, 其中网格纸上小正方形的边长为 1, 则该几何体的体积为()

- A. $\frac{20}{3}$ B. $\frac{16}{3}$
C. 4 D. $\frac{8}{3}$



7. 为考察某种药物预防疾病的效果, 进行动物试验, 得到如下药物效果与动物试验列联表:

	患病	未患病	总计
服用药	10	45	55
没服用药	20	30	50
总计	30	75	105

由上述数据给出下列结论, 其中正确结论的个数是()

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$;

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879

- ① 能在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为药物有效
② 不能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为药物有效
③ 能在犯错误的概率不超过 0.010 的前提下认为药物有效
④ 不能在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为药物有效

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4





8. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\sin 2\alpha \cos \beta = 2\cos^2 \alpha (1 + \sin \beta)$, 则下列结论正确的是()

A. $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

B. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

C. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

D. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

9. 已知点 P 是圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 上的动点, 点 Q 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 上的动点, 则 $|PQ|$ 的最大值为()

A. $\frac{3\sqrt{6}}{2} + 1$

B. $\sqrt{13} + 1$

C. $2\sqrt{3} + 1$

D. 4

10. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y \geq 2, \\ x-y \leq 0, \\ x-3y+6 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{y-x+1}{x-1}$ 的取值范围为()

A. $(-\infty, -2] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

B. $(-\infty, -3] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

C. $[-2, \frac{3}{2}]$

D. $[-3, \frac{1}{2}]$

11. 已知点 F_1, F_2 分别是椭圆 C_1 和双曲线 C_2 的公共焦点, e_1, e_2 分别是 C_1 和 C_2 的离心率, 点 P 为 C_1 和 C_2 的一个公共点, 且 $\angle F_1PF_2 = \frac{2\pi}{3}$, 若 $e_2 \in (2, \sqrt{7})$, 则 e_1 的取值范围是()

A. $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{3})$

B. $(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$

C. $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{7}}{3})$

D. $(\frac{\sqrt{7}}{3}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & -1 \leq x < 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x < 1, \end{cases}$ 且满足 $f(x+1) - f(x-1) = 0$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$, 则方程 $f(x) = g(x)$

在 $[-3, 5]$ 上所有实根的和为()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6





太原市 2019 年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(文史类)

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题 ~ 第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22 题、第 23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 若圆 $x^2+y^2+2x-2y+F=0$ 的半径为 1,则 $F=$ _____.

14. 2019 年 8 月第二届全国青年运动会在山西举行,若将 4 名志愿者分配到两个运动场馆进行服务,每个运动场馆 2 名志愿者,则其中志愿者甲和乙被分到同一场馆的概率为_____.

15. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, $b^2+c^2=ac\cos C+c^2\cos A+a^2$, 且 $S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

则 $\triangle ABC$ 周长的最小值为_____.

16. 已知三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 100π , $PA \perp$ 面 ABC , $PA=4$, $\angle BAC=30^\circ$, 则该三棱锥体积的最大值为_____.





三、解答题:(本大题共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17.(本小题 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n = (a_n - 1)(a_n + 2)$, 且 $a_n > 0 (n \in \mathbb{N}^*)$.

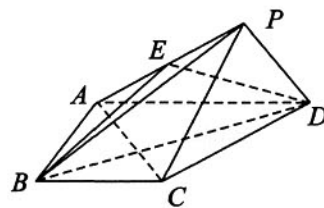
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b_n = \frac{3^n(2n-1)}{na_n} (n \in \mathbb{N}^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18.(本小题 12 分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC = 2$, $\triangle PCD$ 是正三角形, $PC \perp AC$, E 是 PA 的中点.

(I) 证明: $AC \perp PD$;

(II) 求三棱锥 $P-BDE$ 的体积.





19.(本小题 12 分)已知某保险公司的某险种的基本保费为 a (单位:元),继续购买该险种的投保人称为续保人,续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下表:

上年度出险次数	0	1	2	3	≥ 4
保费(元)	$0.9a$	a	$1.5a$	$2.5a$	$4a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况,得到下表:

出险次数	0	1	2	3	≥ 4
频数	140	40	12	6	2

该保险公司这种保险的赔付规定如下表:

出险序次	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次及以上
赔付金额(元)	$2.5a$	$1.5a$	a	$0.5a$	0

将所抽样本的频率视为概率.

(I)求本年度一续保人保费的平均值的估计值;

(II)求本年度一续保人所获赔付金额的平均值的估计值;

(III)据统计今年有 100 万投保人进行续保,若该公司此险种的纯收益不少于 900 万元,求 a 的最小值(纯收益 = 总入保额 - 总赔付额).

——做最感动客户的专业教育组织





20.(本小题 12 分)已知直线 l 与抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 相交于 A, B 两个不同点, 点 M 是抛物线 C 在点 A, B 处的切线的交点.

(I) 若直线 l 经过抛物线 C 的焦点 F , 求证: $FM \perp AB$;

(II) 若 $p=1$, 且直线 l 经过点 $(1, 1)$, 求 $S_{\triangle MAB}$ 的最小值.

21.(本小题 12 分)已知 $a>2$, 函数 $f(x)=\frac{1}{e}e^x+1\ln x-ax$.

(I) 证明: $f(x)$ 有两个极值点;

(II) 若 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 是函数 $f(x)$ 的两个极值点, 证明: $f(x_2)-f(x_1) < 21na$.





请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题 10 分)已知在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\cos\varphi, \\ y=1+\sin\varphi \end{cases}$ (其中 φ 为参

数),点 M 在曲线 C_1 上运动,动点 P 满足 $\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$,其轨迹为曲线 C_2 .以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(I)求曲线 C_2 的普通方程;

(II)若点 A, B 分别是射线 $l: \theta = \frac{\pi}{4}$ 与曲线 C_1, C_2 的公共点,求 $|AB|$ 的最大值.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

23.(本小题 10 分)已知函数 $f(x) = |2x-a| - |x+2a|$ ($a > 0$).

(I)当 $a = \frac{1}{2}$ 时,求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(II)若 $\forall k \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}$,使得 $f(x_0) \leq |k+3| - |k-2|$ 成立,求实数 a 的取值范围.

