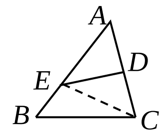
2018-2019 学年高三第一次模拟试题参考答案　数学(文科)

一．选择题：1.A　2.C　3.D.　4.B　5.A　6.D　7.D　8.A　9.B　10.B　11.A　12.C

二. 填空题：13. $(0,\frac{1}{4})$　　14. $\sqrt{3}$　　15. $3\ln 2-2$　　16. $\sqrt{22}$

三．解答题：

17. 解（Ⅰ）Q $a\sin A+(c-a)\sin C=b\sin B$，由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ 得 $a^2+c^2-ac=b^2$，



由余弦定理得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，……………4 分

Q $0<B<\pi$，$\therefore B=60°$；……………6 分

（Ⅱ）连接 CE，Q D 是 AC 的中点，$DE\perp AC$，$\therefore AE=CE$，

$\therefore CE=AE=\frac{DE}{\sin A}=\frac{\sqrt{6}}{2\sin A}$，……………7 分

在 ΔBCE 中，由正弦定理得 $\frac{CE}{\sin B}=\frac{BC}{\sin\angle BEC}=\frac{BC}{\sin 2A}$，

$\therefore\frac{\sqrt{6}}{2\sin A\sin 60°}=\frac{2}{2\sin A\cos A}$，$\therefore\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

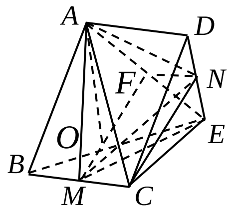
Q $0<A<\pi$，$\therefore A=45°$，$\therefore\angle ACB=75°$，……………10 分

在 ΔABC 中，由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\angle ACB}=\frac{BC}{\sin A}$，$AB=\frac{BC\cdot\sin\angle ACB}{\sin A}=\frac{2\times\sin 75°}{\sin 45°}=\sqrt{3}+1$，

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin B=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$． ……………12 分

18.（Ⅰ）证明：设 AE 的中点为 F，连接 MF, NF，

Q N 是 DE 的中点，$\therefore FN//AD$，$FN=\frac{1}{2}AD$，………2 分



Q $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AD//BC$，$AD=BC$，

Q M 是 BC 的中点，$\therefore FN//MC$，

$\therefore FN=MC=\frac{1}{2}BC$，$\therefore MCNF$ 是平行四边形，

$\therefore CN//MF$，$\therefore CN//$ 面 AEM；……………6 分

（Ⅱ）过点 A 作 $AO\perp BE$，O 为垂足，连接 AC，

Q 面 $ABE\perp$ 面 BCE，$\therefore AO\perp$ 面 BCE，

Q ΔABE 是等边三角形，$BE=2$，$AO=\sqrt{3}$，……………9 分

由（Ⅰ）得 $CN//$ 面 AEM，

$\therefore V_{N-AEM}=V_{C-AEM}=V_{A-CEM}=\frac{1}{3}S_{\Delta MCE}\cdot AO=\frac{1}{12}BE\cdot CE\cdot AO=\frac{\sqrt{3}}{3}$． …………12 分

19 解：（Ⅰ）由图 1 中频率分布直方图可知，从 2018 年成交的该种机械设备中使用时间 $x\in[12,16]$ 的台数为 $100\times4\times0.03=12$，使用时间 $x\in(16,20]$ 的台数为 $100\times4\times0.01=4$，…………2 分

$\therefore$ 按分层抽样所抽取 4 台中，使用时间 $x\in(12,16]$ 的设备有 3 台，分别记为 A,B,C；使用时间 $x\in(16,20]$ 的设备有 1 台，记为 d，

更多教育资讯及教育动态，请关注工大教育官方网站

$\therefore$ 从这 4 台设备中随机抽取 2 台的结果为 (A,B)，(A,C)，(A,d)，(B,C)，(B,d)，(C,d)，共有 6 种等可能出现的结果，其中这 2 台设备的使用时间 x 都在 $[12,16]$ 结果为 (A,B)，(A,C)，(B,C)，共有 3 种，$\therefore$ 所求事件的概率为 $\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$；…………6 分

（Ⅱ）由题意得 $z=\ln y=\ln e^{bx+a}=bx+a$，

$$\because \hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{10}x_iz_i-10\overline{x}\overline{z}}{\sum\limits_{i=1}^{10}x_i^2-10\overline{x}^2}=\frac{79.75-10\times5.5\times1.9}{385-10\times5.5^2}=-0.3，$$

$\hat{a}=\overline{z}-\hat{b}\overline{x}=1.9+0.3\times5.5=3.55$，

$\therefore z$ 关于 x 的线性回归方程为 $z=-0.3x+3.55$，…………10 分

$\therefore y$ 关于 x 的回归方程为 $y=e^{-0.3x+3.55}$，

$\therefore$ 当使用时间 $x=15$ 时，该种机械设备的平均交易价格的预报值为 $y=e^{-0.95}\approx0.39$ 万元.

…………12 分

20 解：（Ⅰ）由题意得 $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2},\\ \dfrac{1}{2}\times2bc=\sqrt{3},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ ……………3 分

$\therefore \begin{cases}c=1,\\ b=\sqrt{3},\\ a=2,\end{cases}$ $\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$；…………6 分

（Ⅱ）设直线 MN 的方程为 $y=kx+m(k\neq0)$，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2),P(x_0,y_0)$，

由 $\begin{cases}y=kx+m,\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2+8kmx+4(m^2-3)=0$，

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4(m^2-3)}{3+4k^2}$，…………8 分

$\because OMPN$ 是平行四边形，$\therefore \overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$,

$\therefore x_0=x_1+x_2=-\dfrac{8km}{3+4k^2}$，$\therefore y_0=y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\dfrac{6m}{3+4k^2}$，

$\therefore \dfrac{64k^2m^2}{4\times(3+4k^2)^2}+\dfrac{36m^2}{3\times(3+4k^2)^2}=1$，$\therefore 4m^2=3+4k^2$，

此时 $\Delta=(8km)^2-16(3+4k^2)(m^2-3)=48\times3m^2>0$，

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{2k}{m}$，$x_1x_2=1-\dfrac{3}{m^2}$，

$\therefore |MN|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{3\sqrt{1+k^2}}{|m|}$，…………10 分

点 O 到直线 MN 的距离为 $d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，

工大教育
——做最感动客户的专业教育组织

更多教育资讯及教育动态，请关注工大教育官方网站

$\therefore S_{OMPN}=d\cdot|MN|=3$. …………12 分

21.(Ⅰ)解：由题意得 $f'(x)=\dfrac{2}{x}-ax+(2-a)=-\dfrac{(x+1)(ax-2)}{x}$， $x>0$，………2 分

（1）当 $a\le 0$ 时， $f'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立， $\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

（2）当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0$ 则 $0<x<\dfrac{2}{a}$；令 $f'(x)<0$ 则 $x>\dfrac{2}{a}$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\dfrac{2}{a})$ 上单调递增，在 $(\dfrac{2}{a},+\infty)$ 上单调递减；…………6 分

(Ⅱ)证明：当 $a>0$ 时， Q $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\dfrac{2}{x_2-x_1}\ln\dfrac{x_2}{x_1}-\dfrac{1}{2}a(x_2+x_1)+(2-a)$，

$f'(x_0)=\dfrac{2}{x_0}-ax_0+(2-a)$

$\therefore \dfrac{2}{x_2-x_1}\ln\dfrac{x_2}{x_1}-\dfrac{1}{2}a(x_2+x_1)=\dfrac{2}{x_0}-ax_0$， ……………7 分

Q $f'(\dfrac{x_1+x_2}{2})-f'(x_0)=\dfrac{4}{x_2+x_1}-\dfrac{1}{2}a(x_2+x_1)-(\dfrac{2}{x_0}-ax_0)=\dfrac{4}{x_2+x_1}-\dfrac{2}{x_2-x_1}\ln\dfrac{x_2}{x_1}$

$=\dfrac{2}{x_2-x_1}[\dfrac{2(x_2-x_1)}{x_2+x_1}-\ln\dfrac{x_2}{x_1}]=\dfrac{2}{x_2-x_1}[\dfrac{2(\frac{x_2}{x_1}-1)}{\frac{x_2}{x_1}+1}-\ln\dfrac{x_2}{x_1}]$， ……………9 分

令 $t=\dfrac{x_2}{x_1}$， $g(t)=\dfrac{2(t-1)}{t+1}-\ln t$， $t>1$，则 $g'(t)=-\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}<0$， $\therefore g(t)<g(1)=0$，

$\therefore f'(\dfrac{x_1+x_2}{2})-f'(x_0)<0$， $\therefore f'(\dfrac{x_1+x_2}{2})<f'(x_0)$， ……………11 分

设 $h(x)=f'(x)=\dfrac{2}{x}-ax+(2-a)$， $x>0$，则 $h'(x)=-\dfrac{2}{x^2}-a<0$，

$\therefore h(x)=f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减， $\therefore \dfrac{x_1+x_2}{2}>x_0$. ……………12 分

22 解：（Ⅰ）Q $\rho=2\cos\theta$， $\therefore$ 曲线 C_2 的直角坐标方程为 $\therefore (x-1)^2+y^2=1$，

Q α 是曲线 $C_1:\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha\end{cases}$ 的参数， $\therefore C_1$ 的普通方程为 $x^2+(y-1)^2=t^2$， ……2 分

Q C_1 与 C_2 有且只有一个公共点， $\therefore |t|=\sqrt{2}-1$ 或 $|t|=\sqrt{2}+1$，

$\therefore C_1$ 的普通方程为 $x^2+(y-1)^2=(\sqrt{2}-1)^2$ 或 $x^2+(y-1)^2=(\sqrt{2}+1)^2$； ………5 分

（Ⅱ）Q t 是曲线 $C_1:\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha\end{cases}$ 的参数， $\therefore C_1$ 是过点 $A(0,1)$ 的一条直线， ………6 分

设与点 P,Q 相对应的参数分别是 t_1,t_2， 把 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha\end{cases}$ 代入 $(x-1)^2+y^2=1$ 得

$t^2+2(\sin\alpha-\cos\alpha)t+1=0$， $\therefore \begin{cases}t_1+t_2=-2\sqrt{2}\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4}),\\ t_1\cdot t_2=1,\end{cases}$ ………8 分

更多教育资讯及教育动态，请关注工大教育官方网站

$\therefore \dfrac{1}{|AP|}+\dfrac{1}{|AQ|}=\dfrac{1}{|t_1|}+\dfrac{1}{|t_2|}=|t_1|+|t_2|=|t_1+t_2|=2\sqrt{2}\,|\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4})|\le 2\sqrt{2}$，

当 $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$ 时，$\Delta=4(\sin\alpha-\cos\alpha)^2-4=4>0$，

$\dfrac{1}{|AP|}+\dfrac{1}{|AQ|}$ 取最大值 $2\sqrt{2}$.………10 分

23（Ⅰ）解：$\because f(x)=|2x-1|+2|x+1|\le 5$，$\therefore |x-\dfrac{1}{2}|+|x+1|\le \dfrac{5}{2}$，

由绝对值得几何意义可得 $x=-\dfrac{3}{2}$ 和 $x=1$ 上述不等式中的等号成立，…………3 分

$\therefore$ 不等式 $f(x)\le 5$ 的解集为 $[-\dfrac{3}{2},1]$；…………5 分

（Ⅱ）由绝对值得几何意义易得 $f(x)=2(|x-\dfrac{1}{2}|+|x+1|)$ 的最小值为 3，

$\therefore 3\le 5+m-m^2$，$\therefore -1\le m\le 2$，$\therefore M=2$，$\therefore a^3+b^3=2$，…………7 分

$\because 2=a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$，$a^2-ab+b^2\ge 0$，$\therefore a+b>0$，…………8 分

$\because 2ab\le a^2+b^2$，$\therefore 4ab\le (a+b)^2$，$\therefore ab\le \dfrac{(a+b)^2}{4}$，

$\because 2=a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=(a+b)[(a+b)^2-3ab]\ge \dfrac{1}{4}(a+b)^3$，$\therefore a+b\le 2$，

$\therefore 0<a+b\le 2$. …………10 分

工大教育
——做最感动客户的专业教育组织

更多教育资讯及教育动态，请关注工大教育官方网站