# 2016 ～ 2017 学年第二学期高一年级阶段性测评

## 数学测评参考答案及评分意见

**一、选择题**(每小题 3 分,共 36 分)

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | C | A | C | A | C | B | B | C | D | A | D |

**二、填空题**(每小题 4 分,共 16 分)

13. $\frac{1}{2}$　　14. $\frac{3}{22}$　　15. $\sqrt{6}$　　16. $\frac{2\sqrt{15}}{5}$

**三、解答题**(本大题共 5 小题,共 48 分) 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 8 分)

解(1) $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=2(\lambda,3)+(-2,4)=(2\lambda-2,10)$, …………………… 1 分

因为 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{b}$,所以 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=0$, …………………… 2 分

即 $(2\lambda-2,10)\cdot(-2,4)=-4\lambda+44=0$, 解得 $\lambda=11$. …………………… 4 分

(2) $\lambda=4$ 时, $\boldsymbol{a}=(4,3)$,

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4$, $|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{5}$, …………………… 6 分

所以 $|\boldsymbol{a}|\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. …………………… 8 分

18.(本小题满分 10 分)

解(1) $f(\alpha)=\frac{\sin^2\alpha(-\sin\alpha)}{(-\tan\alpha)\tan\alpha\cos^2\alpha}$ …………………… 4 分

$=\sin\alpha$. …………………… 5 分

(2) ∵ $\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

∴ $(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2})^2=1+2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}=1+\sin\alpha=\frac{4}{5}$, …………………… 6 分

∴ $\sin\alpha=-\frac{1}{5}$, …………………… 7 分

∵ $\alpha$ 为第四象限角, ∴ $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{6}}{5}$, …………………… 8 分

$f(\alpha+\frac{\pi}{3})=\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha=\frac{6\sqrt{2}-1}{10}$. …………………… 10 分



19.(本小题满分 10 分)

解(1) 由图象可知 $A=1$, …………………… 1 分

$T=2(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6})=\pi$, ∴ $\omega=\frac{2\pi}{T}=2$, …………………… 3 分

令 $2\times\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,得 $\varphi=\frac{\pi}{6}$,即 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$. …………………… 5 分

(2) 由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$, 解得 $k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{6}$, …………………… 6 分

又 $x\in[\pi,2\pi]$, 所以单调增区间为 $[\pi,\frac{7\pi}{6}]$, $[\frac{5\pi}{3},2\pi]$, …………………… 8 分

∵ $x\in[\frac{\pi}{2},\pi]$, ∴ $2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{7\pi}{6},\frac{13\pi}{6}]$,

∴ $x=\frac{2\pi}{3}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 $-1$, $x=\pi$ 时, $f(x)$ 取得最大值 $\frac{1}{2}$,

∴ $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2},\pi]$ 上的值域为 $[-1,\frac{1}{2}]$. …………………… 10 分

20.(本小题满分 10 分)

(A) 解(1) 因为 $M$ 为 $CD$ 中点, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$,

∴ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$

$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}^2$ …………………… 2 分

$=-\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2+\frac{1}{4}|\overrightarrow{AB}|+1=-\frac{1}{2}$, …………………… 4 分

∴ $|\overrightarrow{AB}|=2$. …………………… 5 分

(2) ∵ $EF\parallel BD$, 不妨设 $\overrightarrow{AE}=t\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{AB}$, $(t\in(0,1))$,

$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DF}=t\overrightarrow{AD}\cdot(t\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=t^2-t$, …………………… 8 分

故当 $t=\frac{1}{2}$ 时, $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DF}$ 取得最小值为 $-\frac{1}{4}$. …………………… 10 分

(B) 解(1) 因为 $M$ 为 $CD$ 中点, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$,

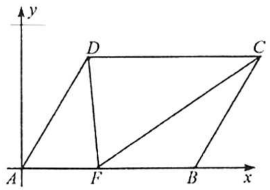
∴ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$

$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}^2$ …………………… 2 分

$=-\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2+\frac{1}{4}|\overrightarrow{AB}|+1=-\frac{1}{2}$, …………………… 4 分

∴ $|\overrightarrow{AB}|=2$. …………………… 5 分

(2) 如图构建平面直角坐标系，不妨设 $AF=t(0<t<2)$，




则 $D(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$F(t,0)$，$C(\frac{5}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，

则 $\overrightarrow{DF}=(t-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{CF}=(t-\frac{5}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$，

$\overrightarrow{DF}\cdot\overrightarrow{CF}=(t-\frac{1}{2})(t-\frac{5}{2})+(-\frac{\sqrt{3}}{2})(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$=t^2-3t+2$，…………………………………………… 8 分

当 $t=\frac{3}{2}$ 时，$\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{DF}$ 有最小值为 $-\frac{1}{4}$，即此时 $AF=\frac{3}{2}$． …………………… 10 分

21.（本小题满分 10 分）

(A) 解(1) $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\omega x\cos\omega x+\sqrt{3}\cos^2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}$ …………………… 1 分

$=\frac{1}{2}\sin2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos2\omega x=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{3})$， …………………… 4 分

$\because T=\pi$，$\therefore\omega=1$． …………………………………………… 5 分

(2) $f(\alpha)=\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{3}{5}$，

$\because -\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{12}$，$\therefore 2\alpha+\frac{\pi}{3}\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{4}{5}$， …………………… 6 分

$f(\beta)=\sin(2\beta+\frac{\pi}{3})=-\frac{5}{13}$，

$\because -\frac{2\pi}{3}<\beta<-\frac{5\pi}{12}$，$\therefore 2\beta+\frac{\pi}{3}\in(-\pi,-\frac{\pi}{2})$，$\cos(2\beta+\frac{\pi}{3})=-\frac{12}{13}$， …… 7 分

$\therefore\cos(2\alpha-2\beta)=\cos[(2\alpha+\frac{\pi}{3})-(2\beta+\frac{\pi}{3})]=-\frac{63}{65}$． …………………… 10 分

**(B)** 解(1) $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\omega x\cos\omega x+\sqrt{3}\cos^2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}$ …………………… 1 分

$=\frac{1}{2}\sin2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos2\omega x=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{3})$， …………………… 4 分

$\because T=\pi$，$\therefore\omega=1$，

$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$． …………………………………………… 5 分

(2) $2f(x-\frac{\pi}{6})+f(x+\frac{\pi}{12})=2\sin2x+\sin(2x+\frac{\pi}{2})=2\sin2x+\cos2x$

$=\sqrt{5}\sin(2x+\varphi)$（其中 $\cos\varphi=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\sin\varphi=\frac{\sqrt{5}}{5}$）， …………………… 7 分

$\because 2f(x-\frac{\pi}{6})+f(x+\frac{\pi}{12})=m$ 在 $[0,\pi)$ 内的两个不同的解为 $\alpha,\beta$，



$\therefore\sin(2\alpha+\varphi)=\frac{m}{\sqrt{5}}$，$\sin(2\beta+\varphi)=\frac{m}{\sqrt{5}}$， …………………… 8 分

若 $1\leqslant m<\sqrt{5}$，则 $2\alpha+\varphi+2\beta+\varphi=\pi$，$2\alpha+2\beta=\pi-2\varphi$，$2\alpha-2\beta=\pi-4\beta-2\varphi$，

$\cos(2\alpha-2\beta)=\cos(\pi-4\beta-2\varphi)=-\cos[2(2\beta+\varphi)]=-[1-2\sin^2(2\beta+\varphi)]=\frac{2}{5}m^2-1$；

若 $-\sqrt{5}<m<1$，则 $2\alpha+\varphi+2\beta+\varphi=3\pi$，$2\alpha+2\beta=3\pi-2\varphi$，$2\alpha-2\beta=3\pi-4\beta-2\varphi$，

$\cos(2\alpha-2\beta)=\cos(3\pi-4\beta-2\varphi)=-\cos[2(2\beta+\varphi)]=2\sin^2(2\beta+\varphi)-1=\frac{2}{5}m^2-1$．

故得证． …………………………………………… 10 分

**注：以上各题其他解法相应给分．**