



秘密★启用前

理科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置.
2. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效.
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案用 0.5 mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上.
4. 考试结束后,将本试题和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x^2 + x - 2 < 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$ C. $\{x | 0 < x < 1\}$ D. $\{x | -2 < x < 2\}$
2. 设命题 $p: \exists x_0 < 0, e^{x_0} - x_0 > 1$, 则 $\neg p$ 为
 A. $\forall x \geq 0, e^x - x > 1$ B. $\forall x < 0, e^x - x \leq 1$ C. $\exists x_0 \geq 0, e^{x_0} - x_0 \leq 1$ D. $\exists x_0 < 0, e^{x_0} - x_0 \leq 1$
3. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 2, |a - b| = \sqrt{3}$, 则 a 与 b 的夹角为
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{2}{3}\pi$ D. $\frac{\pi}{4}$
4. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 过 F 作 x 轴的垂线交椭圆 C 于 A, B 两点, 若 $\triangle OAB$ 是直角三角形 (O 为坐标原点), 则 C 的离心率为
 A. $\sqrt{5} - 2$ B. $\sqrt{3} - 1$ C. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$
5. 下列函数中,既是奇函数,又在区间 $(0, 1)$ 内是增函数的是
 A. $y = x \ln x$ B. $y = x^2 + x$ C. $y = \sin 2x$ D. $y = e^x - e^{-x}$
6. 如图 1, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M, N, Q 分别是线段 AD_1, B_1C, C_1D_1 上的动点, 当三棱锥 $Q - BMN$ 的正视图如图 2 所示时, 此三棱锥俯视图的面积为

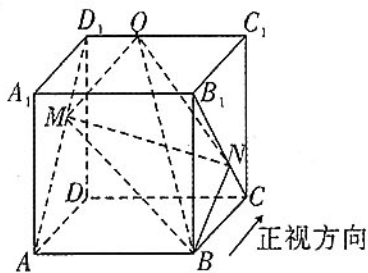


图 1

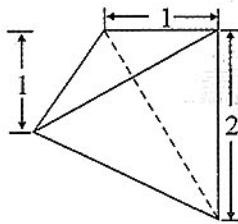


图 2

(第 6 题图)

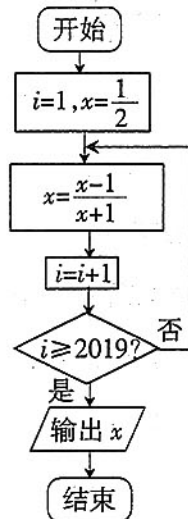
- A. 1 B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{3}{2}$





7. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 x 值为

- A. -2
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 3
- D. $-\frac{1}{3}$



(第 7 题图)

8. 以正方体各面中心为顶点构成一个几何体, 从正方体内任取一点 P , 则 P 落在该几何体内的概率为

- A. $\frac{1}{8}$
- B. $\frac{5}{6}$
- C. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{7}{8}$

9. 函数 $f(x) = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上的值域为

- A. $[-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}]$
- B. $[-\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1]$
- C. $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$
- D. $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$

10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 直线 $y = \sqrt{3}b$ 与 C 的右支相交于 P , 若 $|PF_1| = 2|PF_2|$, 则双曲线 C 渐近线方程为

- A. $y = \pm \frac{3}{2}x$
- B. $y = \pm \frac{2}{3}x$
- C. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$
- D. $y = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}x$

11. 电子计算机诞生于 20 世纪中叶, 是人类最伟大的技术发明之一. 计算机利用二进制存储信息, 其中最基本单位是“位(bit)”, 1 位只能存放 2 种不同的信息: 0 或 1, 分别通过电路的断或通实现. “字节(Byte)”是更大的存储单位, 1 Byte=8 bit, 因此 1 字节可存放从 $00000000_{(2)}$ 至 $11111111_{(2)}$ 共 256 种不同的信息. 将这 256 个二进制数中, 恰有相邻两位数是 1 其余各位数均是 0 的所有数相加, 则计算结果用十进制表示是

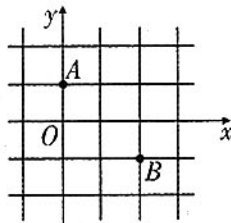
- A. 254
- B. 381
- C. 510
- D. 765

12. 函数 $f(x) = e^{x+\frac{1}{a}} + e^{x-\frac{1}{a}} - 2x - 2$ 的零点个数是

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 与 a 有关

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 如图所示, 在复平面内, 网格中的每个小正方形的边长都为 1, 点 A, B 对应的复数分别是 z_1, z_2 , 则 $|z_1 - z_2| = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.



(第 13 题图)

14. 某校高三(1)班, 高三(2)班, 高三(3)班分别有 3 人, 2 人, 1 人被评为该校“三好学生”. 现需从中选出 4 人入选市级“三好学生”, 并要求每班至少有 1 人入选, 则不同的人选方案共有 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 种(用数字作答).





15. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6} + \frac{1}{2+4+6+8} + \dots + \frac{1}{2+4+6+\dots+2018} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

16. 已知四面体 $ABCD$ 的四个顶点均在球 O 的表面上, AB 为球 O 的直径, $AB=4, AD=2, BC=2\sqrt{2}$, 则四面体 $ABCD$ 体积的最大值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

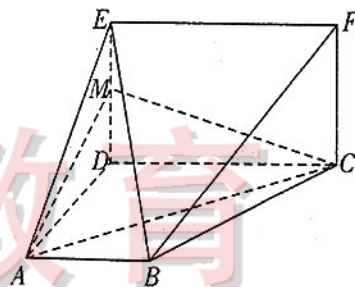
17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 $D, BA=2BC$.

- (1) 求 $\triangle BDC$ 与 $\triangle BDA$ 的面积之比;
- (2) 若 $\angle ABC=120^\circ, AD=2\sqrt{7}$, 求边 BC 的长.

18. (12 分)

如图, 平面 $ABCD \perp$ 平面 $CDEF$, 且四边形 $ABCD$ 是梯形, 四边形 $CDEF$ 是矩形, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ, AB=AD=DE = \frac{1}{2}CD, M$ 是线段 DE 上的点, 满足 $DM=2ME$.

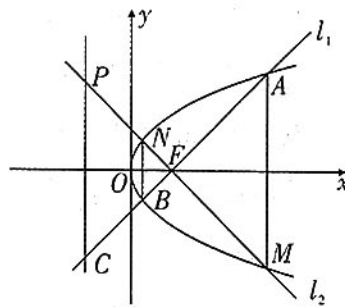


(第 18 题图)

- (1) 证明: $BE \parallel$ 平面 MAC ;
- (2) 求直线 BF 与平面 MAC 所成角的正弦值.

19. (12 分)

如图, 抛物线 $E: y^2=4x$ 的焦点为 F , 过 F 斜率为 k_1 的直线 l_1 与抛物线 E 及其准线相交于 A, B, C 三点, 过 F 斜率为 k_2 的直线 l_2 与 E 及其准线相交于 M, N, P 三点.



(第 19 题图)

- (1) 若 $k_1=1$, 求 $|AB|$;
- (2) 若 l_1 与 l_2 的倾斜角互补, $\triangle AMF$ 与 $\triangle NBF$ 的面积比为 4:1, 求直线 l_1 与 l_2 的方程.

20. (12 分)

某大型工厂招聘到一大批新员工. 为了解员工对工作的熟练程度, 从中随机抽取 100 人组成样本, 统计他们每天加工的零件数, 得到如下数据:

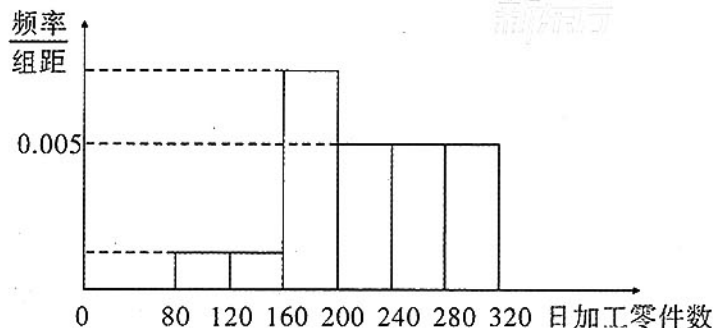
日加工零件数(个)	[80, 120)	[120, 160)	[160, 200)	[200, 240)	[240, 280)	[280, 320]
人数	a	a	b	c	c	c





将频率作为概率,解答下列问题:

- (1) 当 $a=15, b=25$ 时, 从全体新员工中抽取 2 名, 求其中恰有 1 名日加工零件数达到 240 及以上的概率;
- (2) 若根据上表得到以下频率分布直方图, 估计全体新员工每天加工零件数的平均数为 222 个, 求 a, b, c 的值(每组数据以中点值代替);



- (3) 在(2)的条件下, 工厂按工作熟练度将新员工分为三个等级: 日加工零件数未达 200 的员工为 C 级; 达到 200 但未达 280 的员工为 B 级; 其他员工为 A 级. 工厂打算将样本中的员工编入三个培训班进行全员培训: A, B, C 三个等级的员工分别参加高级、中级、初级培训班, 预计培训后高级、中级、初级培训班的员工每人的日加工零件数分别可以增加 20, 30, 50. 现从样本中随机抽取 1 人, 其培训后日加工零件数增加量为 X , 求随机变量 X 的分布列和期望.

(12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + (a+1)\ln x, g(x) = \ln^2 x$.

- (1) 当 $a=-4$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若 $g(x)$ 的图象总在 $f'(x)$ 的图象下方(其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数), 求 a 的取值范围.

二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

∴ 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】(10 分)

已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -\sqrt{2} + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho - 2\sin\theta - 2\cos\theta = 0$.

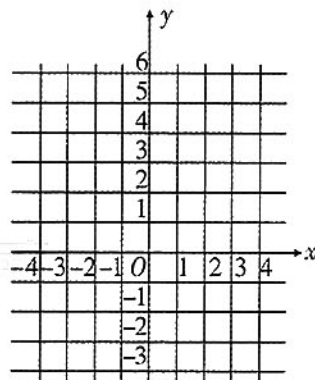
半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho - 2\sin\theta - 2\cos\theta = 0$.

- (1) 写出曲线 C 的直角坐标方程;
- (2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2$, 求直线 l 倾斜角 α 的值.

i. 【选修 4-5: 不等式选讲】(10 分)

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x-m|$.

- (1) 当 $m=-1$ 时, 画出函数 $y=f(x)$ 的图象;
- (2) 不等式 $f(x) \geq |2m+1| - 2$ 恒成立, 求 m 的取值范围.



(第 23 题图)

