



秘密★启用前

试题类型: /

理科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置.
2. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效.
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案用 0.5 mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上.
4. 考试结束后,将本试题和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

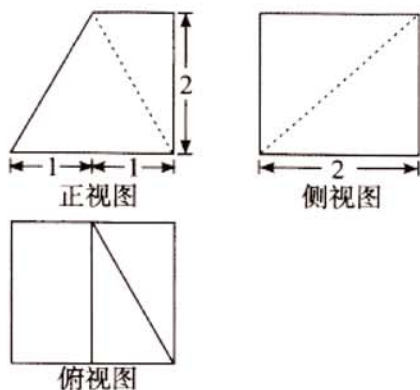
1. 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 10\}$, $B = \{x | -2 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $(\mathbb{C}_{\mathbf{R}} A) \cap B =$
 - A. $\{-1, 2\}$
 - B. $\{-2, 2\}$
 - C. $\{0, 1, 2\}$
 - D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 下列函数中既不是奇函数,又不是偶函数的是
 - A. $y = x^3 - x$
 - B. $y = e^{ax}$
 - C. $y = |\ln x|$
 - D. $y = \sin x$
3. 已知复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z} = -2+i$ (i 为虚数单位), 则 $z =$
 - A. $2+i$
 - B. $2-i$
 - C. $-2+i$
 - D. $-2-i$
4. 某人连续投篮 6 次,其中 3 次命中,3 次未命中. 则他第 1 次、第 2 次两次均未命中的概率是
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. $\frac{3}{10}$
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. $\frac{1}{5}$
5. 已知直线 $l: 4x - 3y + 6 = 0$ 和抛物线 $C: y^2 = 4x$, P 为 C 上的一点,且 P 到直线 l 的距离与 P 到 C 的焦点距离相等,那么这样的点 P 有
 - A. 0 个
 - B. 1 个
 - C. 2 个
 - D. 无数个
6. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 将其图象向左平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度之后得到的函数为偶函数,则 φ 的最小值是
 - A. $\frac{\pi}{12}$
 - B. $\frac{\pi}{6}$
 - C. $\frac{\pi}{3}$
 - D. $\frac{5\pi}{6}$





7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是

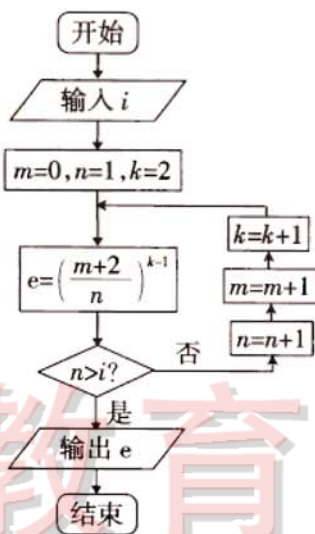
- A. $\frac{11}{3}$
- B. $\frac{13}{3}$
- C. $\frac{14}{3}$
- D. $\frac{16}{3}$



(第7题图)

8. 我们知道欧拉数 $e=2.7182818284\dots$, 它的近似值可以通过执行如图所示的程序框图计算. 当输入 $i=50$ 时, 下列各式中用于计算 e 的近似值的是

- A. $\left(\frac{53}{52}\right)^{52}$
- B. $\left(\frac{52}{51}\right)^{51}$
- C. $\left(\frac{51}{50}\right)^{50}$
- D. $\left(\frac{50}{49}\right)^{49}$



(第8题图)

9. 在正三角形 ABC 中, $AB=2, \vec{BD}=\vec{DC}, \vec{AE}=\frac{1}{2}\vec{EC}$, 且 AD 与 BE 相交于点 O , 则 $\vec{OA}\cdot\vec{OB}=\quad$

- A. $-\frac{4}{5}$
- B. $-\frac{3}{4}$
- C. $-\frac{2}{3}$
- D. $-\frac{1}{2}$

10. $(2x-3y)^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的展开式中倒数第二项与倒数第三项的系数互为相反数, 则 $(3x-2y)^n$ 展开式中各项的二项式系数之和等于

- A. 16
- B. 32
- C. 64
- D. 128

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$, 周长为 6, 则 b 的最小值是

- A. 2
- B. $\sqrt{3}$
- C. 3
- D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12. 设函数 $f(x)=\sqrt{\ln x+x-a} (a \in \mathbf{R})$, 若曲线 $y=\cos x+2$ 上存在点 (x_0, y_0) 使得 $f(f(y_0))=y_0$, 则 a 的取值范围是

- A. $[\ln 3-6, 0]$
- B. $[\ln 3-6, \ln 2-2]$
- C. $[2\ln 2-12, 0]$
- D. $[2\ln 2-12, \ln 2-2]$





二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知 $\sin\alpha - 3\cos\alpha = 0$, 则 $\sin 2\alpha = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

14. 某次考试结束,甲、乙、丙三位同学聚在一起聊天. 甲说:“你们的成绩都没有我高.”乙说:“我的成绩一定比丙高.”丙说:“你们的成绩都比我高.”成绩公布后,三人成绩互不相同且三人中恰有一人说得不对,若将三人成绩从高到低排序,则甲排在第 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 名.

15. 若双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为 E 右支上一点, $|PF_1| = |F_1F_2|$, $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$, $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 2, 则 $a = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

16. 已知空间直角坐标系中的四个点 $A(4, 1, 1), B(4, -2, -1), C(-2, -2, -1), D(-2, 1, -1)$. 经过 A, B, C, D 四点的球记作球 M . 从球 M 内部任取一点 P , 则点 P 落在三棱锥 $A-BCD$ 内部的概率是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_2 = 0, b_2 = 1$, 且 $a_3 = b_3, a_4 = b_4$.

(1) 求 a_n 和 b_n ;

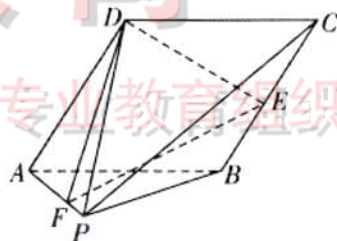
(2) 求数列 $\{nb_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, 且 $\angle DAB = 60^\circ$, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, 点 E 为 BC 中点, 点 F 满足 $\overrightarrow{PF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FA}$, $AP = PB = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \sqrt{2}$.

(1) 求证: $PC \parallel$ 平面 DEF ;

(2) 求二面角 $F-DE-B$ 的余弦值.



(第 18 题图)

19. (12 分)

在一次高三年级统一考试中, 数学试卷有一道满分 10 分的选做题, 学生可以从 A, B 两道题目中任选一题作答. 某校有 900 名高三学生参加了本次考试, 为了了解该校学生解答该选做题的得分情况, 计划从 900 名考生的选做题成绩中随机抽取一个容量为 10 的样本, 为此将 900 名考生选做题的成绩按照随机顺序依次编号为 001~900.

(1) 若采用随机数表法抽样, 并按照以下随机数表, 以方框内的数字 5 为起点, 从左向右依次读取数据, 每次读取三位随机数, 一行读数用完之后接下一行左端. 写出样本编号的中位数;

05 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83	52 91 05 70 74
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 5 1 29 16 93	58 05 77 09 51
51 26 87 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16	29 56 24 29 48
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74	94 44 67 16 94
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50	15 29 39 39 43





(2)若采用系统抽样法抽样,且样本中最小编号为 008,求样本中所有编号之和;

(3)若采用分层抽样,按照学生选择 A 题目或 B 题目,将成绩分为两层,且样本中 A 题目的成绩有 8 个,平均数为 7,方差为 4;样本中 B 题目的成绩有 2 个,平均数为 8,方差为 1. 用样本估计 900 名考生选做题得分的平均数与方差.

20. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $Q\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 椭圆上的动点 P 与其短轴两端点连线斜率乘积为 $-\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 E 的方程;

(2)设 F_1, F_2 分别为 E 的左、右焦点,直线 l 过点 F_1 且与 E 相交于 A, B 两点,当 $\overrightarrow{F_2A} \cdot \overrightarrow{F_2B} = 2$ 时,求 $\triangle ABF_2$ 的面积.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = (kx-1)e^x - k(x-1)$.

(1)若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的切线斜率与 k 无关,求 x_0 ;

(2)若 $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) < 0$ 成立,求整数 k 的最大值.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分,作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在极坐标系中,直线 $l: \rho \cos \theta = \sqrt{3}$, P 为直线 l 上一点,且点 P 在极轴上方.以 OP 为一边作正三角形 OPQ (逆时针方向),且 $\triangle OPQ$ 面积为 $\sqrt{3}$.

(1)求 Q 点的极坐标;

(2)求 $\triangle OPQ$ 外接圆的极坐标方程,并判断直线 l 与 $\triangle OPQ$ 外接圆的位置关系.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |x+1| - 2|x-1| + a$.

(1)当 $a=0$ 时,解不等式 $f(x) \geq 0$;

(2)若二次函数 $y = -x^2 + 8x - 14$ 的图象在函数 $y = f(x)$ 的图象下方,求 a 的取值范围.

