秘密★启用前

2019年山西省高考考前适应性测试

文科数学参考答案及评分标准

A卷选择题答案

1. A　2. D　3. A　4. B　5. B　6. C　7. A　8. C　9. B　10. B　11. D　12. C

B卷选择题答案

1. D　2. D　3. C　4. A　5. B　6. D　7. A　8. B　9. C　10. B　11. D　12. C

A、B卷非选择题答案

二、填空题

13. 1

14. 2

15. $10-3\sqrt{11}$

16. $\left[\frac{5}{3},\frac{13}{6}\right)$

三、解答题

17. **解：**(1)根据正弦定理得

$\sqrt{2}\sin B\cos C=\sin A\cos C+\sin C\cos A=\sin B$，$\therefore \cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\because 0<C<\pi$，$\therefore C=\frac{\pi}{4}$. ………… 4分

(2)根据余弦定理$c^2=a^2+b^2-\sqrt{2}ab$.①

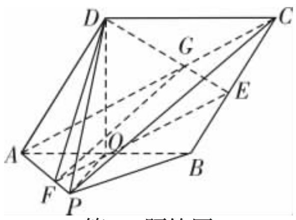
在$\triangle ACD$与$\triangle CBD$中，由余弦定理得$2a^2+2b^2=c^2+4$. ②

由①②得$a^2+b^2=4-\sqrt{2}ab\geqslant 2ab$，$\therefore ab\leqslant\frac{4}{2+\sqrt{2}}$， ………… 9分

当且仅当$a=b$时取"="。 ………… 10分

$\triangle ABC$面积$S=\frac{1}{2}ab\sin 45°\leqslant\frac{\sqrt{2}}{4}ab=\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{4}{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$. ………… 12分

18. (1)**证明：**(1)如图，连接AC，交DE于点G，连接GF.



第18题答图

$\because$底面$ABCD$为菱形，且E为BC中点，

$\therefore\frac{GC}{GA}=\frac{CE}{DA}=\frac{1}{2}$. ………… 2分

$\because F$为AP上一点，且满足$PF=\frac{1}{2}FA$，

$\therefore GF/\!/PC$. ………… 3分

又$GF\subset$平面DEF，$PC\not\subset$平面DEF，

$\therefore PC/\!/$平面DEF. ………… 5分

(2)**解：**取AB的中点为O，连接DO，PO，

$\because AP=PB$，$\therefore PO\perp AB$.

$\because$平面$PAB\perp$平面$ABCD$，平面$PAB\cap$平面$ABCD=AB$，$PO\subset$平面PAB，

$\therefore PO\perp$平面ABD. …… 6分

$\because AP=PB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\sqrt{2}$，且底面$ABCD$为菱形，$\angle DAB=60°$，

$\therefore AD=AB=2$，且$DO\perp AB$.

$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$. …… 7分

$\therefore$三棱锥$E-ADP$的体积$V=\frac{1}{3}S_{\triangle ADE}\times PO=\frac{1}{3}S_{\triangle ADB}\times PO=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times1=\frac{\sqrt{3}}{3}$. …… 8分

$\triangle ADP$中，可求得$AD=PD=2$，又$AP=\sqrt{2}$，$\therefore S_{\triangle ADP}=\frac{\sqrt{7}}{2}$. …… 10分

设点E到平面ADP的距离为h，$\because$三棱锥$E-ADP$的体积

$V=\frac{1}{3}S_{\triangle ADP}\times h=\frac{\sqrt{7}}{6}h=\frac{\sqrt{3}}{3}$， …… 11分

$\therefore h=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{6}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

即点E到平面ADP的距离为$\frac{2\sqrt{21}}{7}$. …… 12分

19. **解：**（1）根据题意，读出的编号依次是：

512，916（超界），935（超界），805，770，951（超界），512（重复），687.

故样本中前4个依次是512，805，770，687. …… 3分

（2）由题易知，按照系统抽样法，抽出的编号可组成以8为首项，以90为公差的等差数列，故样本编号之和即为该数列的前10项之和$S_{10}=10\times8+\frac{10\times9}{2}\times90=4130$. …… 6分

（3）记样本中8个A题目成绩分别为$x_1,x_2,\cdots x_8$，2个B题目成绩分别为y_1,y_2，

由题意可知$\sum_{i=1}^{8}x_i=8\times7=56$，$\sum_{i=1}^{8}(x_i-7)^2=8\times4=32$，

$\sum_{i=1}^{2}y_i=2\times8=16$，$\sum_{i=1}^{2}(y_i-8)^2=2\times1=2$，

故样本均值为$\frac{\sum_{i=1}^{8}x_i+\sum_{i=1}^{2}y_i}{8+2}=\frac{56+16}{8+2}=7.2$，…… 9分

样本方差为

$$\frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-7.2)^2+\sum_{i=1}^{2}(y_i-7.2)^2}{8+2}=\frac{\sum_{i=1}^{8}[(x_i-7)-0.2]^2+\sum_{i=1}^{2}[(y_i-8)+0.8]^2}{8+2}$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-7)^2-0.4\sum_{i=1}^{8}(x_i-7)+8\times0.2^2+\sum_{i=1}^{2}(y_i-8)^2+1.6\sum_{i=1}^{2}(y_i-8)+2\times0.8^2}{8+2}$$

$$=\frac{32-0+0.32+2+0+1.28}{10}=\frac{35.6}{10}=3.56.$$

因此，估计该校900名考生选做题得分的平均数为7.2，方差为3.56. …… 12分

20. **解**：(1)设l交x轴于点D，由平面几何知识和抛物线的定义知$|DF|=4$，即$p=4$.

故抛物线C的方程为$y^2=8x$. …………………………………………………………………………… 5分

(2)设n：$x=my+1$，代入$y^2=8x$得

$y^2-8my-8=0$. ①

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=8m$，$y_1y_2=-8$. ②…………………………………………………………… 7分

$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}=(x_1-2,y_1)\cdot(x_2-2,y_2)=(x_1-2)(x_2-2)+y_1y_2=(my_1-1)(my_2-1)+y_1y_2=(m^2+1)y_1y_2-m(y_1+y_2)+1$. ③

把②代入③得

$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}=-16m^2-7=-23$，解得$m=\pm1$. ……………………………………………………………… 10分

由对称性，不妨取$m=1$，则①变为$y^2-8y-8=0$，

$\therefore\triangle FAB$的面积为$S=\frac{1}{2}|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{1}{2}\sqrt{64+32}=2\sqrt{6}$. ……………………………… 12分

21. **解**：(1)$f'(x)=\dfrac{\frac{x-1}{x}-\ln x-1}{(x-1)^2}=\dfrac{-\frac{1}{x}-\ln x}{(x-1)^2}$.

令$g(x)=-\frac{1}{x}-\ln x$，$\because x>1$，$\therefore g(x)<0$，…………………………………………………………………… 3分

$\therefore f'(x)<0$，故$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减. ……………………………………………………………………… 4分

(2)由题意$f(x)>\frac{k}{x}$，即为$\frac{x(\ln x+1)}{x-1}>k$.

令$\varphi(x)=\frac{x(\ln x+1)}{x-1}$，则$\varphi'(x)=\frac{(\ln x+2)(x-1)-x(\ln x+1)}{(x-1)^2}=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$. ……………………………… 5分

令$h(x)=x-\ln x-2$，则$h'(x)=1-\frac{1}{x}>0$，$\therefore h(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增.

又$h(3)=1-\ln3<0$，$h(4)=2-2\ln 2>0$，………………………………………………………………………… 7分

$\therefore h(x)$在$(3,4)$上存在唯一零点，设为x_0，

则$h(x_0)=0$，即$\ln x_0=x_0-2$.

当$x\in(1,x_0)$时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$单调递减；

当$x\in(x_0,+\infty)$时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$单调递增. ……………………………………………………………… 10分

$\varphi(x)_{\min}=\varphi(x_0)=\frac{x_0(\ln x_0+1)}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$，…………………………………………………………… 11分

故整数k的最大值为3. ……………………………………………………………………………………………… 12分

22. **解**：(1)设$P\left(\frac{\sqrt{3}}{\cos\theta},\theta\right)$，由三角形面积公式$\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{\cos\theta}\right)^2=\sqrt{3}$，

解得$\cos^2\theta=\frac{3}{4}$，$\therefore\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\theta=\frac{\pi}{6}$.

$\because\triangle OPQ$为正三角形，$\therefore OQ$的极角为$\frac{\pi}{2}$，且$|OP|=|OQ|=2$.

$\therefore Q$点极坐标为$\left(2,\frac{\pi}{2}\right)$. ………………………………………………………………………………………… 5分

(2)$\because\triangle OPQ$为正三角形，计算可得其外接圆直径$|OR|=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

设$M(\rho,\theta)$为$\triangle OPQ$外接圆上任意一点，

在$\mathrm{Rt}\triangle OMR$中，$\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)=\frac{\rho}{|OR|}$，

$\therefore M(\rho,\theta)$满足$\rho=\frac{4\sqrt{3}}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$.

故△OPQ 外接圆的方程为 $\rho=\frac{4\sqrt{3}}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$. …………………………………………………… 8 分

直线 l:$x=\sqrt{3}$,△OPQ 外接圆的直角坐标方程为 $x^2+y^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x-2y=0$,即 $\left(x-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+(y-1)^2=\frac{4}{3}$.

圆心到直线的距离 $d=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,即为半径,

故直线 l 与△OPQ 外接圆相切. …………………………………………………………………… 10 分

23. **解**:(1)当$a=0$时,不等式$f(x)\geqslant 0$化为:$|x+1|-2|x-1|\geqslant 0$,

移项得$|x+1|\geqslant 2|x-1|$,

平方分解因式得$(3x-1)(x-3)\leqslant 0$,

解得$\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 3$. ……………………………………………………………………………… 5分

解集为$\left\{x\middle|\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 3\right\}$.

(2)化简得$f(x)=\begin{cases}x-3+a, x\leqslant -1,\\ 3x-1+a, -1<x\leqslant 1,\\ -x+3+a, x>1.\end{cases}$ ……………………………………………………… 7分

根据题意,只需要考虑$x>1$时,两函数的图象位置关系.

当$x>1$时,$f(x)=-x+3+a$.

由$y=-x^2+8x-14$得$y'=-2x+8$.

设二次函数与直线$y=-x+3+a$的切点为(x_0,y_0),

则$-2x_0+8=-1$,解得$x_0=\frac{9}{2}$,所以$y_0=\frac{7}{4}$.

代入$f(x)=-x+3+a$,解得$a=\frac{13}{4}$.

所以a的取值范围是$a>\frac{13}{4}$. ……………………………………………………………………… 10分