



数学试卷

(考试时间: 上午 8:00——9:30)

说明: 本试卷为闭卷笔答, 答题时间 90 分钟, 满分 100 分.

一、**选择题** (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

1. 下列事件中, 随机事件的个数为

- (1) 明年 1 月 1 日太原市下雪;
- (2) 明年 NBA 总决赛将在马刺队与湖人队之间展开;
- (3) 在标准大气压下, 水达到 80 摄氏度沸腾.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】C

【难度】易

【考点】随机事件的概念

【解析】该题有一些争议, (2) 中这两支球队都是西部队伍, 是不可能再在决赛相遇的, 所以该题目严格意义上来讲也可以选 B

2. 某工厂对一批产品进行了抽样检测, 下图是根据抽样检测后产品净重 (单位: 克) 数据绘制的频率分布直方图, 其中产品净重的范围是 [96,106], 样本数据分组为 [96,98), [98,100), [100,102), [102,104),

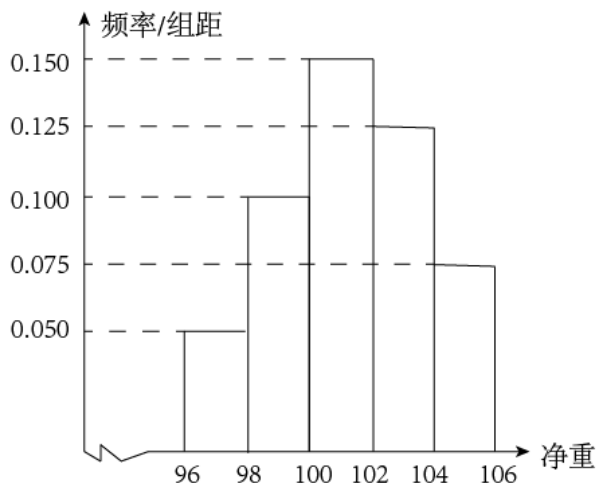
[104,106] 则这组数据中众数的估计值是

A. 100 B. 101 C. 102 D. 103

【答案】B

【难度】易

【考点】频率分布直方图与特征数





3. 某中学为了了解高一、高二、高三这三个年级之间的学生视力是否存在显著差异，拟从这三个年级中按人数比例抽取部分学生进行调查，则最合理的抽样方法是
- A. 随机数法 B. 分层抽样法 C. 抽签法 D. 系统抽样法

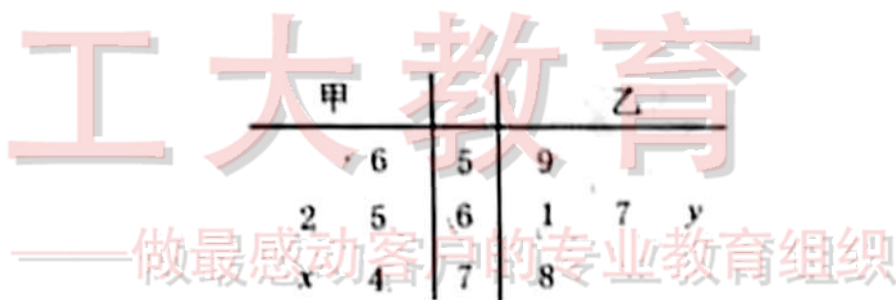
【答案】 B
【难度】 易
【考点】 抽样方法

4. 已知随机事件 A 和 B 互斥，且 $P(A \cup B) = 0.7, P(B) = 0.2$ ，则 $P(\bar{A}) =$
- A. 0.5 B. 0.1 C. 0.7 D. 0.8

【答案】 A
【难度】 易
【考点】 互斥事件与概率的加法

5. 右图记录了甲乙两名篮球运动员练习投篮时，进行的 5 组 100 次投篮的命中数，若这两组数据的中位数相等，平均数也相等，则 x, y 的值为
- A. 8, 2 B. 3, 6 C. 5, 5 D. 3, 5

【答案】 D
【难度】 易
【考点】 特征数



6. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{3}{e}$ ，则其零点所在大致区间为
- A. $(\frac{1}{e}, 1)$ B. $(1, e)$ C. (e, e^2) D. (e^2, e^3)

【答案】 C
【难度】 易
【考点】 零点存在性定理





7. 下列结论正确的是

- A. 函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 若 $f(a) \cdot f(b) > 0$, 则函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内无零点
- B. 函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 若 $f(a) \cdot f(b) > 0$, 则函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内可能有零点, 且零点个数为偶数
- C. 函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 若 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内必有零点, 且零点个数为奇数
- D. 函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 若 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内必有零点, 但零点个数不定

【答案】D

【难度】易

【考点】零点存在性定理

8. 经统计, 某射击运动员随机命中的概率可视为 $\frac{7}{10}$ 为估计该运动员射击 4 次恰号命中 3 次的概率, 现采用随机模拟的方法, 先由计算机产生 0 到 9 之间取整数值的随机数, 用 0,1,2 表示未击中, 用 3,4,5,6,7,8,9, 表示击中, 以 4 个随机数为一组, 代表射击 4 次的结果, 用随机模拟产生了 20 组随机数:

7527,0293,7140,9857,0347,4373,8638,7815,1417,5550
0371,6233,2616,8045,6011,3661,9597,7424,7610,4281

根据以上数据, 则可估计该运动员射击 4 次恰中 3 次的概率为

- A. $\frac{2}{5}$
- B. $\frac{3}{10}$
- C. $\frac{7}{20}$
- D. $\frac{1}{4}$

【答案】A

【难度】易

【考点】模拟实验, 古典概型

9. 已知函数 $y = f(x)$ 为 $[0, 1]$ 上的连续函数, 且 $f(0) \cdot f(1) < 0$, 使用二分法求函数零点, 要求近似值的精确度达到 0.1, 则需对区间至多等分的次数为

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

【答案】C

【难度】易

【考点】二分法精确度





10. 在边长分别为 3, 3, $2\sqrt{5}$ 的三角形区域内随机确定一点, 则该点到三个顶点的距离都不小于 1 的概率是

- A. $\frac{\sqrt{5}}{10}\pi$ B. $1 - \frac{\sqrt{5}\pi}{20}$ C. $1 - \frac{\sqrt{5}\pi}{10}$ D. $\frac{4}{9}$

【答案】 B
【难度】 中
【考点】 几何概型

11. 下列说法正确的是

- A. 对任意的 $x > 0$, 必有 $a^x > \log_a x$
 B. 若 $a > 1, n > 1$, 对任意的 $x > 0$, 必有 $x^n > \log_a x$
 C. 若 $a > 1, n > 1$, 对任意的 $x > 0$, 必有 $a^n > x^n$
 D. 若 $a > 1, n > 1$, 总存在 $x_0 > 0$, 当 $x > x_0$ 时, 总有 $a^n > x^n > \log_a x$

【答案】 D
【难度】 中
【考点】 指对幂函数增长趋势

12. 已知函数 $f(x) = |\log_2 x - 1|$, 若存在实数 k , 使得关于 x 方程 $f(x) = k$ 有两个不同的根 x_1, x_2 , 则 $x_1 \cdot x_2$ 的值为

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 不确定

【答案】 C
【难度】 难
【考点】 函数图象变换与对数计算

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

13. 若 $a = 85_{(9)}, b = 301_{(5)}, c = 1001_{(2)}$, 则这三个数字中最大的是_____.

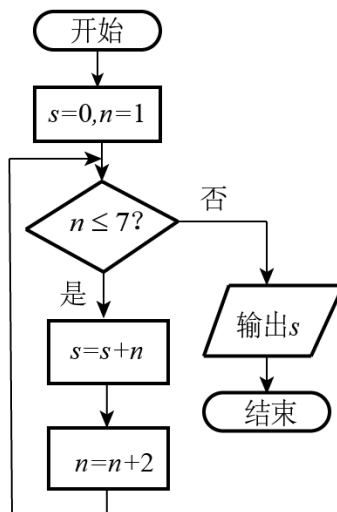
【答案】 a
【难度】 中
【考点】 进位制





14. 执行右图所示的程序框图，则输出的结果是_____.

【答案】 16
【难度】 易
【考点】 程序框图



15. 下表记录了某公司投入广告费 x 与销售额 y 的统计结果，由表可得线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，据此方程

预报当 $x = 6$ 时， $y \approx$ _____.

x	4	2	3	5
y	49	26	39	54

附:参考公式:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

【答案】 65.5
【难度】 易
【考点】 最小二乘法

16. 已知函数 $f(x) = e^x + x - 2$ ， $g(x) = \ln x + x - 2$ ，且 $f(a) = g(b) = 0$. 给出下列结论:

- ① $a > b$
- ② $a < b$
- ③ $g(a) < 0 < f(b)$
- ④ $g(a) > 0 > f(b)$
- ⑤ $a + b = 2$

则上述正确结论的序号是_____.

【答案】 ②, ③, ⑤
【难度】 中
【考点】 反函数, 函数零点





三、解答题（本大题共 4 小题，共 48 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

如图所示的茎叶图，是随机抽取某中学甲乙两班各 10 名同学，测量它们的身高（单位：cm）获得的数据.

- (1) 根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高;
- (2) 计算甲班的样本方差.

甲班		乙班
	2	18 1 2
9 9 1 0	17	0 3 6 8 9
8 8 3 2	16	7 5
8	15	9

【答案】(1) $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ (2) 57.2

【难度】易

【考点】特征数

【解析】(1) 由题意得 $\bar{x}_甲 = 170, \bar{x}_乙 = 173 \Rightarrow \bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$,

$$(2) S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = 57.2$$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

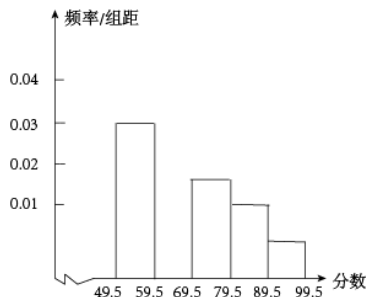




18. (本小题满分 10 分)

在某中学举行的电脑知识竞赛中，将高一年级两个班参赛的学生成绩进行整理后分成五组，绘制如图所示的概率分布直方图. 已知图中从左到右的第一、第三、第四、第五小组的频率分别是 0.30, 0.15, 0.10, 0.05，第二小组的频数是 40.

- (1) 补齐图中频率分布直方图，并求这两个班参赛学生的总人数；
- (2) 利用频率分布直方图，估算本次比赛学生成绩的平均数和中位数.

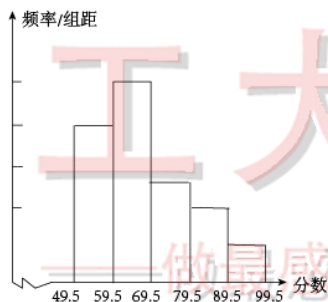


【答案】(1) 见解析 (2) $\bar{x} = 66.5$ ，中位数为 64.5

【难度】中

【考点】频率分布直方图

【解析】(1)



工大教育

做最感动客户的专业教育组织

(2) $\bar{x} = 54.5 \times 0.3 + 64.5 \times 0.4 + 74.5 \times 0.15 + 84.5 \times 0.10 + 94.5 \times 0.05 = 66.5$

中位数为使得坐标两边面积相等的坐标，计算得：64.5





19. (本小题满分 10 分)

一袋中有 3 个红球, 2 个黑球, 1 个白球, 6 个球除颜色外其余均相同, 摇匀后随机摸球.

- (1) 有放回地逐一摸取 2 次, 求恰有 1 红球的概率;
- (2) 不放回地逐一摸取 2 次, 求恰有 1 红球的概率.

【答案】 (1) $P(A) = \frac{1}{2}$ (2) $P(B) = \frac{3}{5}$,

【难度】 中

【考点】 古典概型

【解析】 (1) 事件空间:

	红 1	红 2	红 3	黑 1	黑 2	白 1
红 1	红 1 红 1	红 1 红 2	红 1 红 3	红 1 黑 1	红 1 黑 2	红 1 白 1
红 2	红 2 红 1	红 2 红 2	红 2 红 3	红 2 黑 1	红 2 黑 2	红 2 白 1
红 3	红 3 红 1	红 3 红 2	红 3 红 3	红 3 黑 1	红 3 黑 2	红 3 白 1
黑 1	黑 1 红 1	黑 1 红 2	黑 1 红 3	黑 1 黑 1	黑 1 黑 2	黑 1 白 1
黑 2	黑 2 红 1	黑 2 红 2	黑 2 红 3	黑 2 黑 1	黑 2 黑 2	黑 2 白 1
白 1	白 1 红 1	白 1 红 2	白 1 红 3	白 1 黑 1	白 1 黑 2	白 1 白 1

设事件 A 为恰有一个红球的: $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

(2) 事件空间:

	红 1	红 2	红 3	黑 1	黑 2	白 1
红 1		红 1 红 2	红 1 红 3	红 1 黑 1	红 1 黑 2	红 1 白 1
红 2	红 2 红 1		红 2 红 3	红 2 黑 1	红 2 黑 2	红 2 白 1
红 3	红 3 红 1	红 3 红 2		红 3 黑 1	红 3 黑 2	红 3 白 1
黑 1	黑 1 红 1	黑 1 红 2	黑 1 红 3		黑 1 黑 2	黑 1 白 1
黑 2	黑 2 红 1	黑 2 红 2	黑 2 红 3	黑 2 黑 1		黑 2 白 1
白 1	白 1 红 1	白 1 红 2	白 1 红 3	白 1 黑 1	白 1 黑 2	

设事件 B 为恰有一个红球的: $P(B) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$





20. (本小题满分 10 分)说明: 请同学们在 (A)、(B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 小明计划搭乘公交车回家, 经网上公交实时平台查询, 得到 838 路与 611 路公交车预计到达公交 A 站的时间均为 8:30. 已知公交车实际到达时间与网络报时误差不超过 10 分钟.

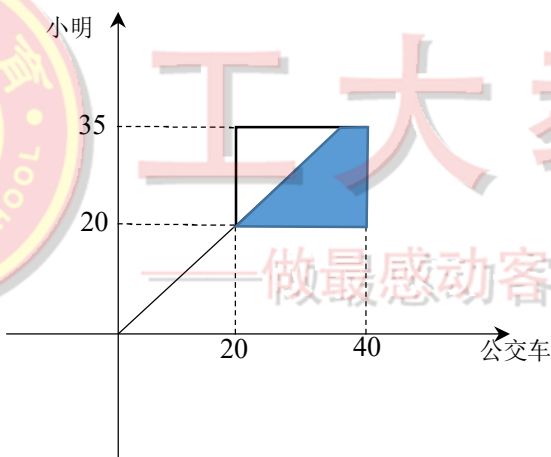
- (1) 若小明赶往公交 A 站搭乘 611 路, 预计小明到达 A 站时间在 8:20 到 8:35, 求小明比车早到的概率;
- (2) 求两辆车到达 A 站时间相差不超过 5 分钟的概率.

【答案】(1) $P(A) = \frac{5}{8}$ (2) $P(B) = \frac{7}{16}$

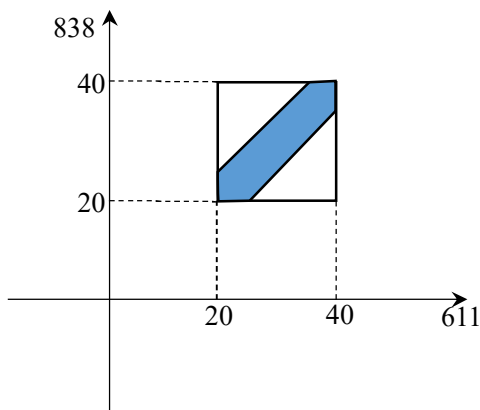
【难度】中

【考点】几何概型

【解析】(1) 由题意可得下图, 计算阴影部分面积得 $P(A) = \frac{5}{8}$



(2) 由题意可得下图, 计算阴影部分面积得 $P(B) = \frac{7}{16}$





(B) 小明计划搭乘公交车回家, 经网上公交实时平台查询, 得到 838 路与 611 路公交车预计到达公交 A 站的时间均为 8:30. 已知公交车实际到达时间与网络报时误差不超过 10 分钟.

(1) 求两辆车到达 A 站时间相差不超过 5 分钟的概率.

(2) 求 838 路与 611 路公交车实际到站时间与网络报时的误差之和不超过 10 分钟的概率.

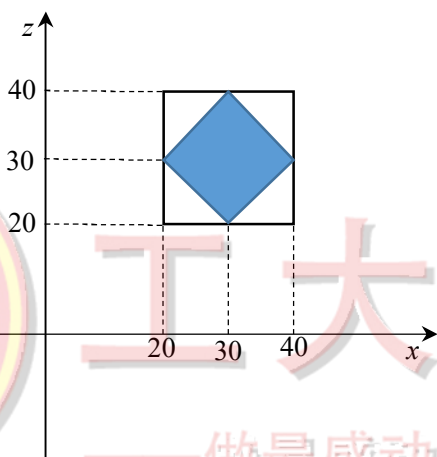
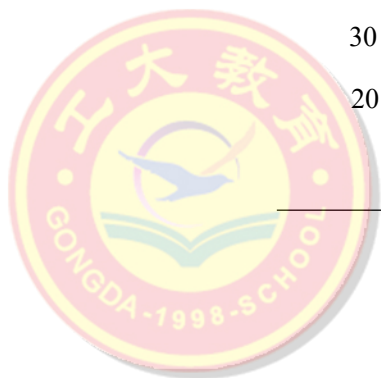
【答案】(1) $P(A) = \frac{7}{16}$ (2) $P(B) = \frac{1}{2}$

【难度】难

【考点】几何概型

【解析】(1) 同上题 (2);

(2) 由题意可得下图, 计算阴影部分面积得 $P(B) = \frac{7}{16}$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





21. (本小题满分 12 分)说明: 请考生在 (A)、(B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, x \leq 0, \\ \lg x, x > 0. \end{cases}$

(1) 求 $y = f(x) + 1$ 的零点;

(2) 若 $y = f(f(x)) + a$ 有三个零点, 求实数 a 的取值范围.

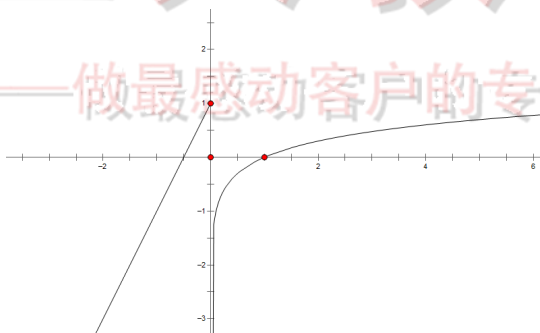
【答案】 (1) $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{10}$ (2) $-1 \leq a < 0$

【难度】 难

【考点】 零点

【解析】 (1) 由题意得 $y = f(x) + 1 = \begin{cases} 2x+2, x \leq 0 \\ \lg x + 1, x > 0 \end{cases}$, 由 $y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{1}{10} \end{cases}$;

(2) 由题意得 $y = f(f(x)) + a$ 有三个零点, 可以理解为 $y = f(f(x))$ 与 $-a$ 的交点个数



根据函数 $f(x)$ 图象, 如果有三个零点, 在外层函数必须有两个零点,

第一个零点 x_1 交于图象左枝, 此时得到的零点与内层函数必有两个零点;

第二个零点 x_2 交于图象右枝, 此时得到的零点与内层函数只能有一个交点, 所以取 $x_2 > 1$, 可得实数 a 的取值范围 $-1 \leq a < 0$.





(B) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, x \leq 0, \\ \lg x, x > 0. \end{cases}$

(1) 求 $y = f(f(x)) + 1$ 的零点;

(2) 若 $g(x) = \begin{cases} x+1, x \leq 0, \\ 2 - \frac{2}{x}, x > 0. \end{cases}$ $y = f(g(x)) + a$ 有四个零点, 求实数 a 的取值范围.

【答案】(1) $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{10}, x_3 = -\frac{9}{20}, x_4 = \sqrt[10]{10}$ (2) $a \geq 0$

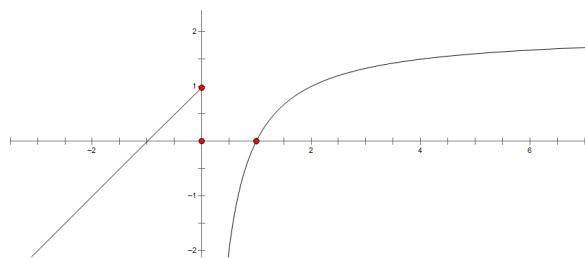
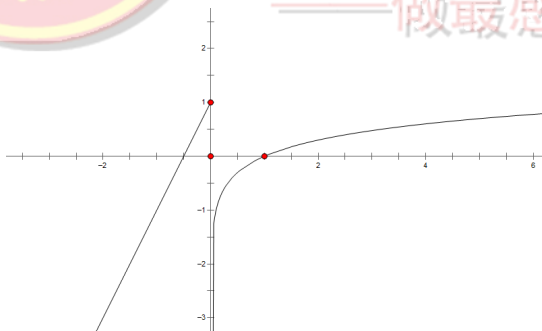
【难度】难

【考点】零点

【解析】(1) 由题意得 $y = f(x) + 1 = \begin{cases} 2x+2, x \leq 0 \\ \lg x + 1, x > 0 \end{cases}$, 由 $y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{10} \\ x_3 = -\frac{9}{20}, x_4 = \sqrt[10]{10} \end{cases}$;

(2) 由题意得 $y = f(g(x)) + a$ 有 4 个零点, 可以理解为 $y = f(g(x))$ 与 $-a$ 的交点个数,

分别作出内外层函数图象:



根据函数图象, 如果有 4 个零点, 在外层函数必须有两个零点, 与外层函数有两个交点, 则 $a \geq -1$;

与外层所交的两个零点 x_1, x_2 必须和内层函数各有两个交点, 则两个交点的值必须小于等于 1, 与外层函数的左交点必满足的条件, 关键在于与右枝的右交点必须也小于 1, 则 $a \geq 0$.

