



2018~2019 学年第一学期高一年级阶段性测评

数学试题

(考试时间: 上午 7:30——9:00)

说明: 本试卷为闭卷笔答, 答题时间 90 分钟, 满分: 100 分

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 1\}$, 则 ()

- A. $B \subseteq A$
- B. $A \subseteq B$
- C. $A = B$
- D. $A \cap B = \emptyset$

【答案】A

【难度】易

【考点】集合间关系

2. 函数 $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域为 ()

- A. $[0, +\infty)$
- B. $(0, +\infty)$
- C. \mathbb{R}
- D. $\{x | x \neq 0\}$

【答案】B

【难度】易

【考点】具体函数的定义域

3. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4x - 5 = 0\}$, $N = \{x | x^2 = 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{-1, 1, 5\}$
- B. $\{5, -1\}$
- C. $\{-1\}$
- D. $\{-1, 1\}$

【答案】C

【难度】易

【考点】一元二次方程, 集合运算

4. 已知函数 $f(x) = \log_2 x$, 且 $f(a) = 2$, 则 $a =$ ()

- A. 4
- B. 2
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{4}$

【答案】A

【难度】易

【考点】对数运算

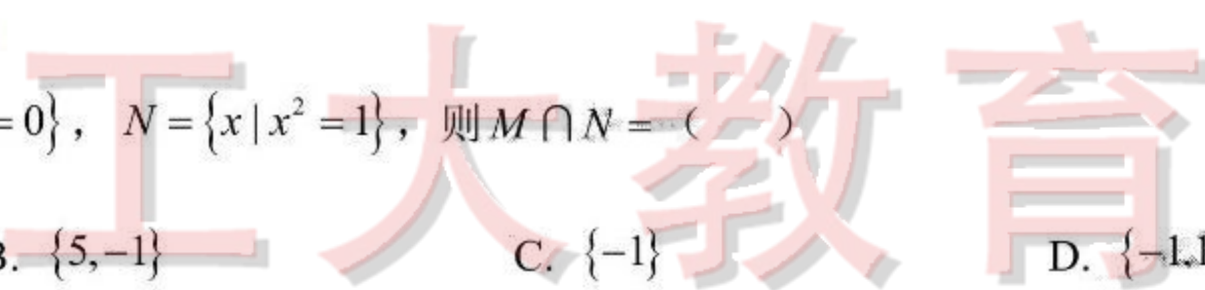
5. 已知集合 $A = \{0, 1\}$, 若 $B \cup A = A$, 则满足该条件的集合 B 的个数是 ()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

【答案】D

【难度】易

【考点】集合运算, 子集个数



——做最感动客户的专业教育组织





6. 下列函数中, 既是偶函数又在 $(0, +\infty)$ 上是增函数的是 ()

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ B. $y = x|x|$ C. $y = \lg|x|$ D. $y = x^{\frac{1}{2}}$

【答案】C

【难度】易

【考点】图象变换与函数值域

7. 已知 $a = 0.4^3, b = 3^{0.4}, c = \log_4 0.3$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

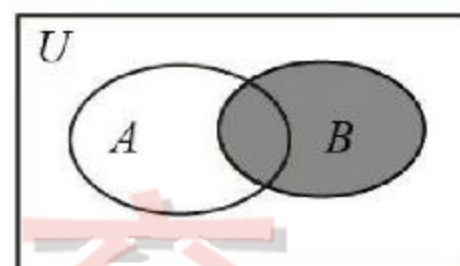
【答案】C

【难度】易

【考点】指对比大小

8. 已知全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | 0 < x < 9, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | -4 < x < 4, x \in \mathbb{Z}\}$, 则图中阴影部分所表示的集合中的元素个数是 ()

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 无穷多



【答案】B

【难度】中

【考点】指数函数与一次函数的图象

9. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 中有且只有一个元素, 那么实数 a 的取值集合是 ()

- A. $\left\{\frac{9}{8}\right\}$ B. $\left\{0, \frac{9}{8}\right\}$ C. $\{0\}$ D. $\left\{0, \frac{2}{3}\right\}$

【答案】B

【难度】易

【考点】含参方程解个数问题

10. 已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$, 则函数 $f(x)$ 的图象 ()

- A. 关于 x 轴对称 B. 关于 y 轴对称
C. 关于直线 $y = x$ 对称 D. 关于原点对称

【答案】D

【难度】易

【考点】复合函数奇偶性问题

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & x > 1 \end{cases}$, 若对任意的实数 x , 都存在 $x_1 \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x) \leq f(x_1)$ 成立, 则 $x_1 =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】A

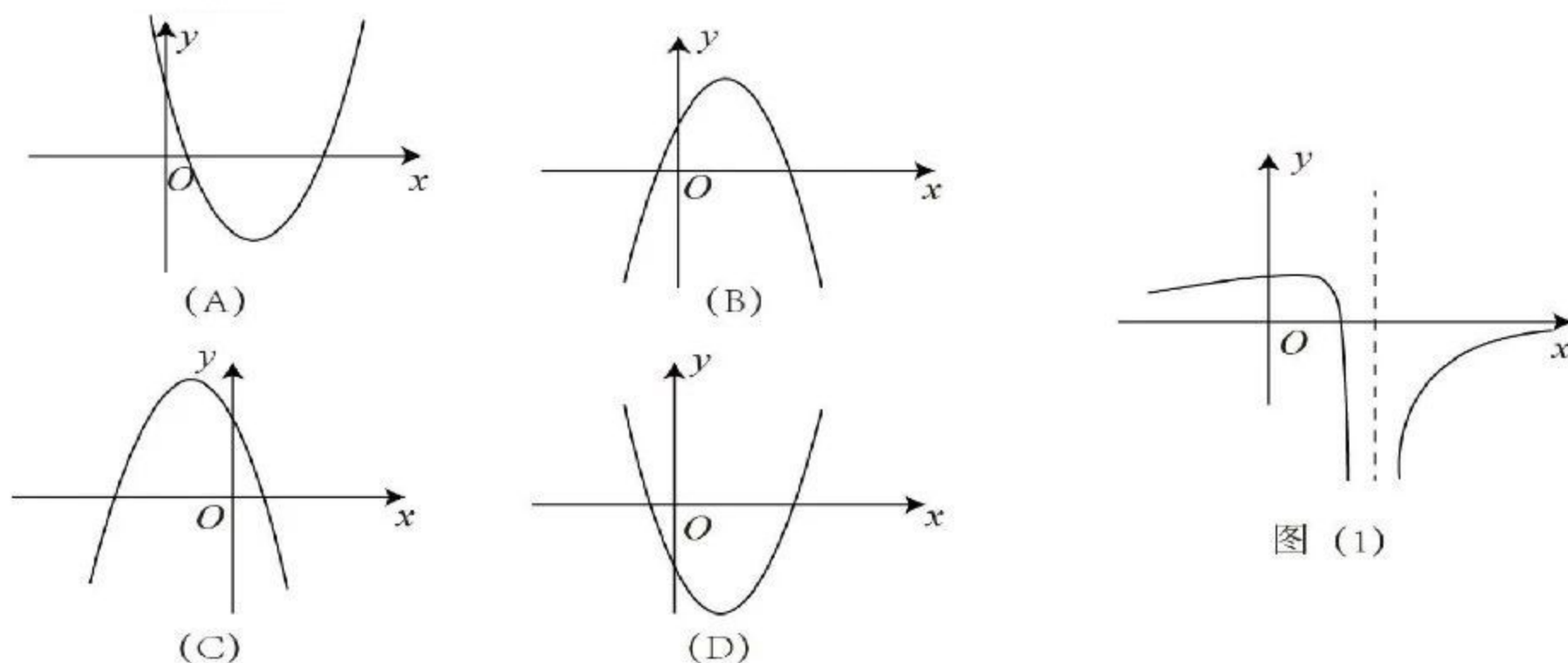
【难度】易

【考点】分段函数单调性





12. 已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+c)^2}$ 的图象如图 (1) 所示, 则函数 $g(x) = ax^2 + bx - c$ 的图象可能是 ()



【答案】B
【难度】中
【考点】函数图象

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分, 把答案填在题中横线上)

13. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 4\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

【答案】 $\{3, 5\}$
【难度】易
【考点】集合的运算

14. 函数 $y = 2^x - 1$ 在 $[1, 3]$ 上的最大值为 _____.

【答案】7
【难度】易
【考点】指数函数单调性与值域

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = m + \left(\frac{1}{2}\right)^x$, 那么 $f(-1) =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$
【难度】易
【考点】由函数奇偶性求值

工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





16. 已知 $\lambda \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x-4, & x \geq \lambda \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda \end{cases}$, 若函数 $y = f(x)$ 的图象与 x 轴恰有两个交点, 则实数 λ 的取值范围是_____.

【答案】 $(1, 3] \cup (4, +\infty)$

【难度】 中

【考点】 分段函数图象

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 52 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本题共 10 分)

已知集合 $A = \{a, b, 2\}$, $B = \{2, b^2, 2a\}$, 若 $A = B$, 求实数 a, b 的值.

【答案】 $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$

【难度】 易

【考点】 集合间关系

【解析】 由题意得:

① 若 $a = 2a, b = b^2$ 可得 $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$;

② 若 $a = b^2, b = 2a$ 可得 $\begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$;

综上所述 $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$

18. (本题共 10 分)

(1) 已知 $\log_x 8 = 6$, 求 x 的值;

(2) 已知 $\log_3(x^2 - 10) = 1 + \log_3 x$, 求 x 的值;

【答案】 (1) $x = \sqrt{2}$ (2) $x = 5$

【难度】 易

【考点】 对数运算

【解析】 (1) 由题意得 $x^6 = 8$, 解之得 $x = \sqrt{2}$;

(2) 由题意得 $\log_3(x^2 - 10) = \log_3 3x \Rightarrow x^2 - 10 = 3x$, 解之得 $x_1 = 5, x_2 = -2$ (舍).





19. (本小题满分 10 分)

已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(3, \frac{1}{3})$

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 设函数 $g(x) = (x-2) \cdot f(x)$, 求函数 $g(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上的值域.

【答案】 (1) $f(x) = x^{-1}$ (2) $y \in [-3, -1]$

【难度】 易

【考点】 函数的三要素

【解析】 (1) 由题意得 $3^a = \frac{1}{3}$, 解之得 $a = -1$, 得 $f(x) = x^{-1}$;

(2) 由题意得 $g(x) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$, 则函数 $g(x)$ 在区间上的值域为 $y \in [-3, -1]$.

20. (本小题满分 10 分) 说明: 请同学们在 (A)、(B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + a$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上有最小值,

(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $a=1$ 时, 设函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, 证明 $g(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 为增函数.

【答案】 (1) $a < 2$ (2) 证明见解析

【难度】 中

【考点】 二次函数单调性, 函数单调性的证明

【解析】 (1) 由题意得函数对称轴为 $-\frac{b}{2a} = -\frac{-2a}{2} = a$, 而函数在区间 $(-\infty, 2)$ 上有最小值, 意味着函数的对称轴在区间内部可得 $a < 2$;

(2) $a=1 \Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x} = x + \frac{1}{x} - 2$

设任意的 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$

$$f(x_1) - f(x_2) = x_1 + \frac{1}{x_1} - 2 - x_2 - \frac{1}{x_2} + 2$$

$$= (x_1 - x_2) + \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

$$= (x_1 - x_2) + \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right)$$

$$= (x_1 - x_2) \left(1 - \frac{1}{x_1 x_2} \right)$$





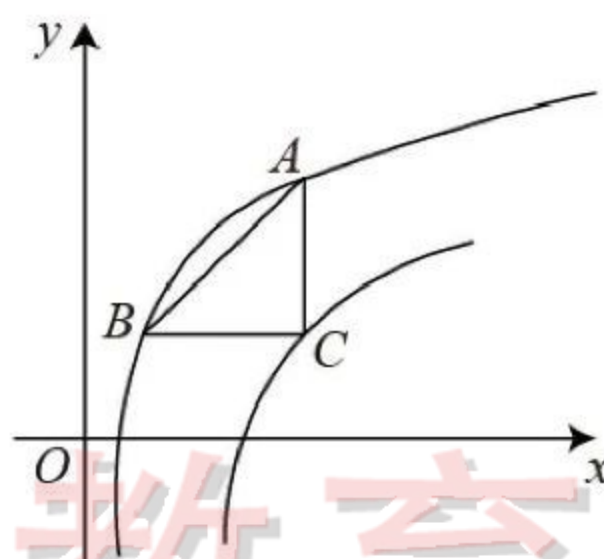
$$\because x_1 < x_2 \text{ 且 } x_1, x_2 \in (1, +\infty), \therefore x_1 - x_2 < 0, \frac{1}{x_1 x_2} < 1, \therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$$

综上所述函数 $g(x)$ 区间 $(1, +\infty)$ 为增函数.

(B) 已知函数 $f(x) = \log_2(4x)$, $g(x) = \log_2 x$ 的图象如图所示, 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在函数 $y = f(x)$ 的图象上, 点 $C(x_3, y_3)$ 在函数 $y = g(x)$ 图象上, 且线段 AC 平行与 y 轴.

(1) 证明: $y_1 - y_3 = 2$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为以角 C 为直角的等腰直角三角形, 求点 B 的坐标.



【答案】(1) 证明见解析 (2) $(\frac{2}{3}, \log_2 \frac{8}{3})$

【难度】中

【考点】函数图象, 对数运算

【解析】(1) 由题意得 $\because AC$ 平行与 y 轴时, $\therefore x_1 = x_2$,

$$\therefore y_1 - y_2 = f(x_1) - g(x_2) = \log_2(4x) - \log_2 x = \log_2 4 + \log_2 x - \log_2 x = 2$$

(2) 若 $\triangle ABC$ 为以角 C 为直角的等腰直角三角形, 则 $x_1 = x_2 + 2, y_1 = y_2 + 2$, 即

$$\log_2 4(x_2 + 2) = \log_2(4x_2) + 2 \Rightarrow 4x_2 + 8 = 16x_2, \text{ 得 } x_2 = \frac{2}{3}, \text{ 则 } B \text{ 得坐标为 } (\frac{2}{3}, \log_2 \frac{8}{3}).$$





21. (本小题满分 14 分) 说明: 请同学们在 (A)、(B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 已知函数 $f(x) = 2^x + k \cdot 2^{-x}$,

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求实数 k 的值;

(2) 当对于任意的 $x \in [0, +\infty)$, 都有 $f(x) > 2^{-x}$ 成立, 求实数 k 的取值范围;

【答案】(1) $k = -1$ (2) $k \geq 0$

【难度】中

【考点】函数奇偶性求参, 函数恒成立问题

【解析】(1) 由题意得 $f(0) = 2^0 + k2^{-0} = 1 + k = 0 \Rightarrow k = -1$;

(2) $f(x) > 2^{-x} \Rightarrow f(x) - 2^{-x} > 0 \Rightarrow 2^x + k2^{-x} - 2^{-x} > 0$ 即

$$2^x - 2^{-x} > -k2^{-x} \Rightarrow \frac{2^x - 2^{-x}}{-2^{-x}} < k \Rightarrow 1 - (2^x)^2 < k \text{ 可得 } k > 0.$$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

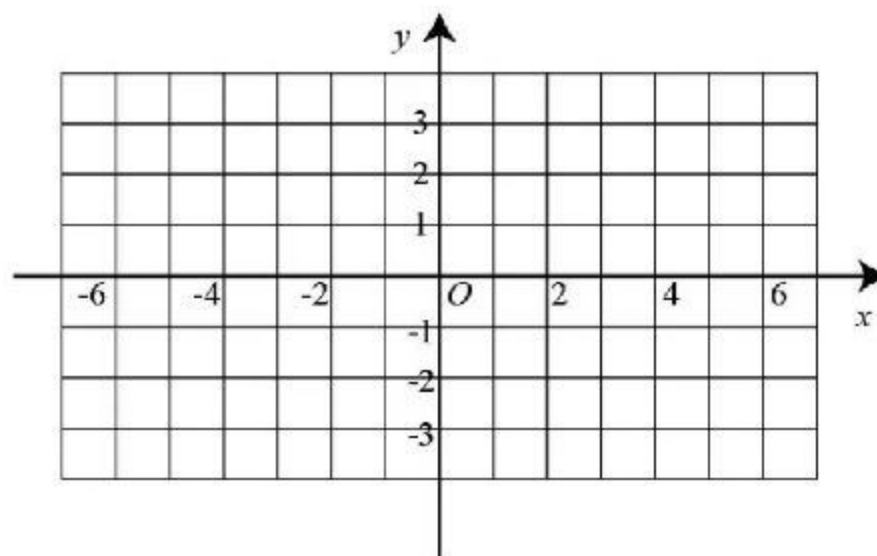




(B) 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 且 $x \geq 0$ 时, $f(x) = |x - 2| - 2$;

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并在下图所示的坐标系中作出函数 $y = f(x)$ 的图象;

(2) 若对任意的 $x \in \mathbb{R}$ 有 $f(x - a) \leq f(x)$ ($a > 0$) 恒成立, 求实数 a 的最小值.



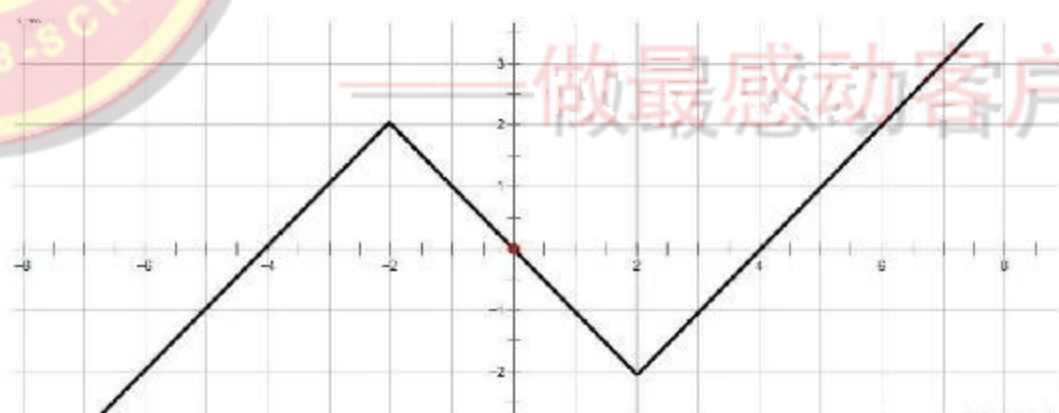
【答案】(1) $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -2 \\ -x, & -2 \leq x \leq 2 \\ x - 4, & x > 2 \end{cases}$ (2) $a_{\min} = 8$

【难度】中

【考点】函数奇偶性求解析式, 恒成立问题

【解析】(1) 由题意得当 $x < 0$, 由奇函数可得 $f(x) = -f(-x) = -|-x - 2| + 2$

脱去绝对值可得 $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -2 \\ -x, & -2 \leq x \leq 2 \\ x - 4, & x > 2 \end{cases}$



(2) 由题意得 $f(x - a) - f(x) \leq 0$,

从 (1) 可得函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 2)$ 与 $(2, +\infty)$ 两个区间上是单调递增的, 当 $a > 0$, 当 x 位于这两个区间时, 不等式必成立, 与 a 的取值无关;

而当 x 位于区间 $[-2, 2]$ 上, 函数单调递减, 为了使得不等式成立, $x - a$ 不能位于该区间,

同时要保证不等式成立即若存在 $x_1 < x$, 使得 $f(x_1) = f(x)$, 而 $x - a < x_1$ 为了使不等式恒成立, 当 x 在该区间上的最小值成立, 即可保证该不等式恒成立, 可得

$f(x_1) = f(2) = -2 \Rightarrow x_1 = -6$, 而 $x - a < -6 \Rightarrow a > 8$.

