2017~2018学年第二学期高二年级阶段性测评

数学试卷（文科）

一. 选择题（本大题共12个题，每小题3分，共36分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个符合要求.）

1.在研究两个变量之间是否有相关关系时，常用的图表是

A. 结构图　　B.等高条形图　　C. 列联表　　D. 散点图

考点： 变量间的相关关系

答案： D

解析： 散点图更能直观地表示因变量随自变量而变化的大致趋势.

2.复平面内，点 $(1,-2)$ 表示的复数为

A. $1-2i$　　B. $-2+i$　　C. $-i$　　D. $-1+2i$

考点： 复数的几何意义

答案： A

解析： 由复数的几何意义得点 $(1,-2)$ 表示的复数为 $1-2i$

3.设下列结论正确的是

A.归纳推理是由一般到个别的推理

B.演绎推理是由特殊到一般的推理

C.类比推理是由特殊到特殊的推理

D.合情推理是演绎推理

考点： 推理的定义

答案： C

解析： 归纳推理是由特殊到一般的推理；演绎推理是由一般到特殊的推理；类比推理是由特殊到特殊的推理.

4.已知点 A,B 对应的复数分别是 $-2+i,1-2i$，则向量 $\overline{AB}$ 对应的复数为

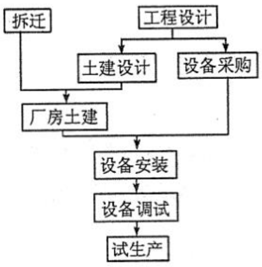
A. $-1-i$　　B. $-3+3i$　　C. $1+i$　　D. $3-3i$

考点：复数的几何意义、复数的运算

答案：D

解析：由向量的运算得$\overrightarrow{AB}=(1-2i)-(-2+i)=3-3i$

5. 右图是某项目的工序流程图，下列说法正确的是



A. 土建设计可以与拆迁同时进行

B. 土建设计不能与设备采购同时进行

C. 设备采购不能与拆迁同时进行

D. 设备采购可以与工程设计同时进行

考点：流程图

答案：A

解析：由流程图的性质可知土建设计可以与拆迁同时进行.

6.若复数$(m^2-5m+6)+(m^2-2m)i$是纯虚数，则实数$m=$

A. 2或3　　B. 3　　C. 0或2　　D. 0

考点：复数的定义

答案：B

解析：由复数$(m^2-5m+6)+(m^2-2m)i$是纯虚数可得$\begin{cases}m^2-5m+6=0\\m^2-2m\neq 0\end{cases}$解得$m=3$.

7.已知推理："因为所有的金属都能导电，而铜能导电，所以铜是金属".则下列结论正确的是

A.此推理大前提错误

B.此推理小前提错误

C.此推理的推理形式错误

D.此推理无错误

考点：演绎推理的三段论

答案：C

解析：由演绎推理可得"因为所有的金属都能导电，而铜是金属，所以铜能导

电”．

8．用反证法证明“三角形的三个内角中至少有一个不大于60°”时的假设为（　　）

A．三个内角中至多有一个不大于60°

B．三个内角中至少有两个不大于60°

C．三个内角都不大于60°

D．三个内角都大于60°

考点：反证法

答案：D

解析：“三角形的三个内角中至少有一个不大于60°”等价于“三角形的三个内角中有一个、两个或三个不大于60°”，所以用反证法时的假设为“三个内角都大于60°”．故选 D

9．观察下列各式：$7^2=49$，$7^3=343$，$7^4=2401$，……，则7^{2018}的末两位数字为（　　）

A．01　　B．43　　C．07　　D．49

考点：归纳推理

答案：D

解析：由题$7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401$，得二次的末两位为49，三次的末两位为43，四次的末两位为01，那么在四次基础上乘7得五次的末两位为07，分析可得规律：n从2开始，四个一组，7^n的末两位数字依次为：49，43，01，07．则7^{2018}的末两位与7^2对应，其末两位数字为49．故选 D

10．已知关于某设备的使用年限x（单位：年）和所支出的维修费用y(单位：万元)有如下的统计资料：

x	1	2	4	5
y	0	1	2	3

由上表可得回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，若规定当维修费用 $y>6$ 时该设备必须报废，据此模型预报该设备使用年限的最大值为

A.8　　B.9　　C.10　　D. 11

附：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2},\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$

考点： 回归方程

答案： C

解析： 由表可知：$\bar{x}=3,\bar{y}=1.5,\hat{b}=0.7,\hat{a}=-0.6\therefore\hat{y}=0.7x-0.6$

令 $\hat{y}>6$ 可得：$x>9\dfrac{3}{7}$，故使用年限的最大值为 10。故选 C。

11. 已知 $a=\sqrt{3}-1,b=\sqrt{5}-\sqrt{3},c=\sqrt{7}-\sqrt{5}$，则下列结论正确的是

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

考点： 比较大小

答案： A

解析： $a=\sqrt{3}-1=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$，$b=\sqrt{5}-\sqrt{3}=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，$c=\sqrt{7}-\sqrt{5}=\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

故 $a>b>c$，选 A.

12.设函数 $f(x)=\dfrac{3}{2}x^2-2ax(a>0)$ 与 $g(x)=a^2\ln x+b$ 有公共点，且在公共点处的切线相同，则实数 b 的最大值为

A. $\dfrac{1}{2e^2}$　　B. $\dfrac{1}{2}e^2$　　C. $\dfrac{1}{e}$　　D. $-\dfrac{3}{2e^2}$

考点： 函数与导数

答案： A

解析： 设 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)(x>0)$ 在公共点 $P(x_0,y_0)$ 处的切线相同。

$f'(x)=3x-2a, g'(x)=\dfrac{a^2}{x}$

由题意 $f(x_0)=g(x_0), f'(x_0)=g'(x_0)$

即 $\dfrac{3}{2}{x_0}^2-2ax_0=a^2\ln x_0+b,\ 3x_0-2a=\dfrac{a^2}{x_0}$

由 $3x_0-2a=\dfrac{a^2}{x_0}$ 得 $x_0=a$ 或 $x_0=-\dfrac{1}{3}a$（舍去）

即有 $b=\dfrac{3}{2}a^2-2a^2-a^2\ln a=-\dfrac{1}{2}a^2-a^2\ln a$

令 $h(t)=-\dfrac{1}{2}t^2-t^2\ln t(t>0)$，则 $h'(t)=2t(1+\ln t)$

于是当 $2t(1+\ln t)>0$ 即 $0<t<\dfrac{1}{e}$ 时，$h'(t)>0$；

当 $2t(1+\ln t)<0$ 即 $t>\dfrac{1}{e}$ 时，$h'(t)<0$。

故 $h(t)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{e}\right)$ 为增函数，在 $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$ 为减函数，

于是 $h(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 的最大值为 $h\left(\dfrac{1}{e}\right)=\dfrac{1}{2e^2}$

故 b 的最大值为 $\dfrac{1}{2e^2}$.故选 A.

二．填空题（本大题共 4 个小题，每小题 3 分，共 12 分.）

13.复数 $\dfrac{1}{i}$ 的共轭复数为______________

考点： 复数的共轭

答案： i

解析：$\frac{1}{i}=\frac{i}{i\times i}=\frac{i}{-1}=-i$，复数 $-i$ 的共轭是 i

14.利用残差图进行回归分析时，已知甲模型残差图的带状区域比乙模型残差图的带状区域窄，则拟合效果较好的模型是______

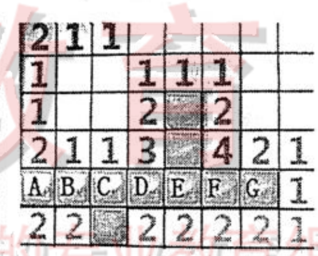
考点：回归分析

答案：甲模型

解析：在回归分析中，可用残差图判断模型的拟合效果，带状区域宽度越窄，说明甲模型的离散程度比乙模型小，因此甲模型的拟合精度高，拟合效果较好。

15.“扫雷”游戏，要求游戏者找出所有的雷，游戏规则是：一个方块下面有一个雷或没有雷，如果无雷，掀开方块下面就会标有数字（如果数字是 0，常省略不标），此数字表明它周围的方块中雷的个数（至多八个），如图甲中的“3”表示它的周围八个方块中有且仅有 3 个雷。图乙是小明玩的游戏中的局部，根据图乙中的信息，在 $ABCDEFG$ 这七个方块中，有雷的方块为______

图甲



图乙

考点：合情推理

答案：F,G

解析：合根据图甲的信息，可以确定图乙中一定有雷的为 F,G，B,E 一定无雷，其余三块根据图示信息无法确定，故有雷的方块为 F,G

考点：
答案：
解析：

16.设函数 $f(x)=\frac{x}{x+2}(x>0)$,观察下列各式：

$f_1(x)=f(x)=\frac{x}{x+2}, f_2(x)=f(f_1(x))=\frac{x}{3x+4}, f_3(x)=f(f_2(x))=\frac{x}{7x+8}$,

$f_4(x)=f(f_3(x))=\frac{x}{15x+16},\cdots, f_n(x)=f(f_{n-1}(x)),\cdots$,根据以上规律，若 $f_n(1)=$______

考点： 归纳推理

答案： $\dfrac{1}{2^{n+1}-1}$

解析： 由

$$f_1(x)=f(x)=\frac{x}{x+2},$$

$$f_2(x)=f(f_1(x))=\frac{x}{3x+4},$$

$$f_3(x)=f(f_2(x))=\frac{x}{7x+8},$$

$$f_4(x)=f(f_3(x))=\frac{x}{15x+16},$$

归纳可得： $f_n(x)=\dfrac{x}{(2^n-1)x+2^n}(n\in N^+)$

$$\therefore f_n(1)=\frac{1}{2^{n+1}-1}$$

三．解答题（本大题共 5 小题，共 52 分. 解答应写出文字证明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

已知复数 $z_1=a+i$， $z_2=1+bi$， a,b 是实数， i 为虚数单位.

（1）若 $z_1+z_2=i$，求复数 z_1，z_2；

（2）若 $z_1\cdot z_2=i$，求复数 z_1，z_2.

考点： 复数的四则运算

答案：（1） $z_1=-1+i$， $z_2=1$；（2） $z_1=i$， $z_2=1$

解析：（1）$\because z_1+z_2=(a+1)+(1+b)i=i$，

$$\therefore \begin{cases}a+1=0\\1+b=1\end{cases}，解得\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}，\therefore z_1=-1+i，\ z_2=1.$$

（2）$\because z_1\cdot z_2=(a+i)\cdot(1+bi)=(a-b)+(ab+1)i=i$，

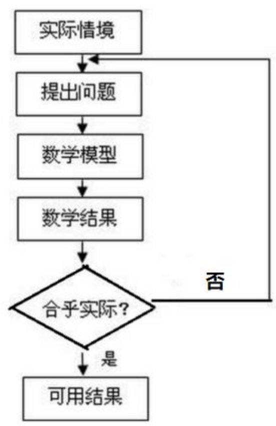
$$\therefore \begin{cases}a-b=0\\ab+1=1\end{cases}，解得\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}，\therefore z_1=i，\ z_2=1.$$

18.（本小题满分 10 分）

建立数学模型的一般过程如下：从分析实际情景开始，经历提出问题，建立数学模型，通过运算得到数学结果，结合实际情况进行检验.如果合乎实际，就得到可用结果，否则重新修改上述过程，直到得到合乎实际的结果为止.请设计一个流程图表示这一过程.

考点： 程序框图

答案：



19.（本小题满分 10 分）

随着互联网的飞速发展和智能手机的普及，利用微信、支付宝等平台进行无现金支付，受到广大消费者和商家的青睐和推崇.某研究机构为了解消费群体与无现金支付的关系，在某大型超市进行了一次调查，统计结果显示使用无现金支付的消费者中，年轻人有 40 人，中老年人有 15 人；使用现金支付的消费者中，年轻人有 20 人，中老年人有 25 人.

（1）根据以上资料画出消费群体与无现金支付的列联表；

（2）能否在犯错误的概率不超过 0.010 的前提下认为消费群体与无现金支付有关？

参考公式：$\because K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$；$n=a+b+c+d$；

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

考点：独立性检验

答案：

（1）消费群体与无现金支付的列联表如图所示：

	无现金支付	现金支付	合计
年轻人	40	20	60
中老年人	15	25	40
合计	55	45	100

（2）$\because K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{100(40\times25-20\times15)^2}{(40+20)(15+25)(40+15)(20+25)}=8.249>6.635$.

$\therefore$能在犯错误的概率不超过0.010的前提下认为消费群体与无现金支付有关.

20.（本小题满分10分）说明：请考生在（甲）、（乙）两个小题中任选一题作答.

(甲)已知点A_1,A_2是椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右顶点，$P(x,y)$是椭圆$C$上异于$A_1,A_2$的点，则直线$PA_1$与$PA_2$的斜率满足$k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=-\dfrac{b^2}{a^2}$.

(1)类比椭圆的上述结论，写出双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的相应结论,并证明;

(2)请利用(1)的结论解决以下问题：已知点A_1,A_2是双曲线$C:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$的左右顶点，$P(x,y)$是该双曲线上异于$A_1,A_2$的点，若直线$PA_1$的斜率为$k_{PA_1}=\dfrac{1}{2}$，求直线$PA_2$的方程.

考点：类比推理

解析：

（1）$k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\dfrac{b^2}{a^2}$

证明：设双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的左右顶点坐标为$A_1(-a,0),A_2(a,0)$

则 $k_{PA_1}=\dfrac{y-0}{x-(-a)}=\dfrac{y}{x+a},k_{PA_2}=\dfrac{y-0}{x-(a)}=\dfrac{y}{x-a}$

又 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$可得： $y^2=\dfrac{x^2}{a^2}b^2-b^2=\dfrac{b^2}{a^2}(x^2-a^2)$

故 $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\dfrac{y^2}{x^2-a^2}=\dfrac{b^2}{a^2}$，得证.

（2）由（1）中的结论 $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\dfrac{b^2}{a^2}$可得： $\dfrac{1}{2}\cdot k_{PA_2}=\dfrac{3}{4}$，解得 $k_{PA_2}=\dfrac{3}{2}$

又 $A_2(2,0)$，故直线 PA_2的方程为： $y=\dfrac{3}{2}(x-2)$

化简可得直线 PA_2的方程为： $3x-2y-6=0$

(乙)已知点 A_1,A_2是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右顶点，$P(x,y)$是椭圆 C上异于 A_1,A_2的点，则直线 PA_1与 PA_2的斜率满足 $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=-\dfrac{b^2}{a^2}$.

(1)类比椭圆的上述结论，写出双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的相应结论,并证明;

(2)请利用(1)的结论解决以下问题：已知点 A_1,A_2是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$的左右顶点，$P(x,y)$是该双曲线上异于 A_1,A_2的点，若直线 PA_1的斜率为 $k_{PA_1}=\dfrac{1}{2}$，求点 P的坐标.

考点： 类比推理

解析：

（1） $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\dfrac{b^2}{a^2}$

证明：设双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的左右顶点坐标为 $A_1(-a,0),A_2(a,0)$

则 $k_{PA_1}=\dfrac{y-0}{x-(-a)}=\dfrac{y}{x+a},k_{PA_2}=\dfrac{y-0}{x-(a)}=\dfrac{y}{x-a}$

又 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 可得： $y^2=\frac{x^2}{a^2}b^2-b^2=\frac{b^2}{a^2}(x^2-a^2)$

故 $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\frac{y^2}{x^2-a^2}=\frac{b^2}{a^2}$，得证.

（2）由（1）中的结论 $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\frac{b^2}{a^2}$ 可得： $\frac{1}{2}\cdot k_{PA_2}=\frac{3}{4}$，解得 $k_{PA_2}=\frac{3}{2}$

又 $A_2(2,0)$，则 $k_{PA_2}=\frac{y}{x-2}=\frac{3}{2}$

故联立 $\begin{cases}\frac{y}{x-2}=\frac{3}{2}\\ \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，可解得 $\begin{cases}x=2\\ y=0\end{cases}$（舍去）或 $\begin{cases}x=4\\ y=3\end{cases}$，因此点 P 的坐标为 $(4,3)$.

21.（本小题满分 10 分）说明：请考生在（甲）、（乙）两个小题中任选一题作答.

(甲)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{2},a_{n+1}=\frac{a_n}{2(n+1)a_n+1}(n\in N^*)$

(1) 计算 a_2,a_3,a_4，根据计算结果，猜想 a_n 的表达式（不必证明）；

(2) 若 $\frac{1}{a_n}+b_n=2^n+n^2(n\in N^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

考点： 归纳推理，数列求和

答案： (1) $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$ (2) $2^{n+1}-\frac{n^2}{2}-\frac{n}{2}-2$

解析： （1）令 $n=1, a_2=\frac{a_1}{4a_1+1}=\frac{1}{6}$

令 $n=2, a_3=\frac{a_2}{6a_2+1}=\frac{1}{12}$

令 $n=3, a_4=\frac{a_3}{8a_3+1}=\frac{1}{20}$

故可猜想 a_n 的表达式为 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$

(2) 由(1)可得：$b_n=2^n-n$

则 $S_n=\left(2^1+2^2+2^3+\cdots+2^n\right)-(1+2+3+\cdots+n)$

$=\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}-\dfrac{(1+n)n}{2}=2^{n+1}-\dfrac{n^2}{2}-\dfrac{n}{2}-2$

(乙)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=\dfrac{1}{2},S_n=n^2a_n(n\in N^*)$

(1)计算a_2,a_3,a_4，根据计算结果，猜想a_n的表达式（不必证明）；

(2)若$a_nb_n=\dfrac{2^n}{n+1}(n\in N^*)$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

考点：归纳推理，数列求和

答案：(1) $a_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$ (2) $T_n=(n-1)2^{n+1}+2$

解析：（1）令$n=2,a_1+a_2=4a_2$，$a_2=\dfrac{1}{6}$

令$n=3,a_1+a_2+a_3=9a_3,a_3=\dfrac{1}{12}$

令$n=4,a_1+a_2+a_3+a_4=16a_4,a_4=\dfrac{1}{20}$

故可猜想a_n的表达式为$a_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$

(2) 由(1)可得：$b_n=n2^n$

则$T_n=1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^n$ ……………………… ①

$2T_n=\quad 1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+3\cdot 2^4+\cdots+n\cdot 2^{n+1}$ ………………②

故①－②化简可得：$T_n=(n-1)2^{n+1}+2$