2017 ~ 2018 学年第二学期高一年级阶段性测评

数学测评参考答案及评分意见

一、选择题(每小题 3 分,共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	A	D	D	A	B	C	C	D	A	A

二、填空题(每小题 3 分,共 12 分)

13. $\frac{\pi}{3}$　　14. $\frac{4}{5}$　　15. $\frac{7}{9}$　　16. $\frac{2\sqrt{6}+1}{3}$

三、解答题(本大题共 5 小题,共 52 分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 10 分)

解(1) $f(\alpha)=\frac{\sin(3\pi-\alpha)\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\tan(-\pi+\alpha)\cos(-\alpha)}=\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\tan\alpha\cos\alpha}=\cos\alpha$; ………… 5 分

(2) 由(1)得 $f(\alpha)=\cos\alpha=-\frac{2}{3}$,

$\because 0<\alpha<\pi$, $\therefore \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{\sqrt{5}}{3}$, ………… 8 分

$\therefore \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$. ………… 10 分

18.(本小题满分 10 分)

解(1) $\because \boldsymbol{a}=(-1,2),\boldsymbol{b}=(2,-1)$, $\therefore \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,1)$, ………… 2 分

$\because (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{c}=(3,k)$, $\therefore 3+k=0$, $\therefore k=-3$; ………… 5 分

(2) $\because \boldsymbol{a}=(-1,2),\boldsymbol{b}=(2,-1)$, $\therefore \boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-3,3)$, ………… 7 分

$\because (\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{c}=(3,k)$, $\therefore 9+3k=0$, ………… 9 分

$\therefore k=-3$. ………… 10 分

19.(本小题满分 10 分)

解(1) $\because \sin x\cos x=\frac{12}{25}>0$, $-\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{4}$, $\therefore 0<x<\frac{\pi}{4}$, ………… 2 分

$\because (\sin x+\cos x)^2=\sin^2x+\cos^2x+2\sin x\cos x=\frac{49}{25}$, ………… 4 分

$\therefore \cos x+\sin x=\frac{7}{5}$; ………… 5 分

(2) 由(1)得 $0<x<\frac{\pi}{4}$, $\therefore \cos x>\sin x$, ………… 7 分

$\because(\cos x-\sin x)^2=\sin^2x+\cos^2x-2\sin x\cos x=\dfrac{1}{25}$，$\therefore \cos x-\sin x=\dfrac{1}{5}$， …… 9 分

$\therefore \dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}=\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos x-\cos x}=7.$ …… 10 分

20.（本小题满分 10 分）

（A）解（1）由题意得 $\overrightarrow{BD}^2=(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})^2=\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AB}^2-2\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=5-4\cos120^\circ=7$，…4 分

$\therefore |\overrightarrow{BD}|=\sqrt{7}$； …… 5 分

（2）$\because \overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{AD}$，$\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$， …… 7 分

$\because \overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=\lambda\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{AB}^2+(1-\lambda)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

$=\lambda-4+(1-\lambda)\times2\times\cos120^\circ=2\lambda-5=0$， …… 9 分

$\therefore \lambda=\dfrac{5}{2}.$ …… 10 分

（B）解（1）同（A）（1）

（2）$\because \overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{AD}$，$\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，

$\because \overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=\lambda\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{AB}^2+(1-\lambda)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

$=\lambda-4+(1-\lambda)\times2\times\cos120^\circ=2\lambda-5=0$，$\therefore \lambda=\dfrac{5}{2}$， …… 7 分

$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=(\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{2}\overrightarrow{AD})\cdot\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{2}$，$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{2}\overrightarrow{AD})^2}=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$，

$\therefore \cos\angle CAD=\dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AD}|}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}.$ …… 10 分

21.（本小题满分 10 分）

（A）解（1）当 $\omega=2$ 时，$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sin2x\cos\varphi+\cos2x\sin\varphi=\sin(2x+\varphi)$， … 2 分

$\because f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称，

令 $\dfrac{2\pi}{3}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore \varphi=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

$\because 0<\varphi<\pi$，$\therefore \varphi=\dfrac{5\pi}{6}$，$\therefore f(x)=\sin(2x+\dfrac{5\pi}{6})$， …… 4 分

$\therefore -\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\dfrac{5\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore -\dfrac{2\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$，

$\therefore f(x)$ 的增区间为 $[-\dfrac{2\pi}{3}+k\pi,-\dfrac{\pi}{6}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$. …… 6 分

（2）由题意得 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sin\omega x+\cos\varphi+\cos\omega x\sin\varphi=\sin(\omega x+\varphi)$，

$\because f(x)$ 在$(\frac{\pi}{18},\frac{\pi}{6})$上单调，$\therefore \frac{T}{2}\geqslant\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{18}=\frac{\pi}{9}$，$\therefore T\geqslant\frac{2\pi}{9}$， ………………… 7 分

$\because f(x)$ 图象分别关于点$(-\frac{\pi}{6},0)$和直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，

$\therefore \frac{(2k+1)T}{4}=\frac{\pi}{3}-(-\frac{\pi}{6})=\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$， ………………… 9 分

$\therefore T=\frac{2\pi}{2k+1}\geqslant\frac{2\pi}{9}$，$\therefore \omega=2k+1\leqslant9(k\in\mathbf{Z})$， ………………… 10 分

当 $\omega=9$ 时，$f(x)=\sin(9x+\varphi)$，$\because f(\frac{\pi}{3})=\sin(3\pi+\varphi)=\pm1$，$0<\varphi<\pi$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{2}$，

$\therefore f(x)=\sin(9x+\frac{\pi}{2})=\cos9x$，$\because \frac{\pi}{18}<x<\frac{\pi}{6}$，$\therefore \frac{\pi}{2}<9x<\frac{3\pi}{2}$，

$\therefore f(x)$ 在$(\frac{\pi}{18},\frac{\pi}{6})$上不单调，$\therefore \omega=9$ 不合题意，舍去； ………………… 11 分

当 $\omega=7$ 时，$f(x)=\sin(7x+\varphi)$，$\because f(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{7\pi}{3}+\varphi)=\pm1$，$0<\varphi<\pi$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}$，

$\therefore f(x)=\sin(7x+\frac{\pi}{6})$，$\because \frac{\pi}{18}<x<\frac{\pi}{6}$，$\therefore \frac{5\pi}{9}<7x+\frac{\pi}{6}<\frac{4\pi}{3}$，

$\therefore f(x)$ 在$(\frac{\pi}{18},\frac{\pi}{6})$上单调递减，$\therefore \omega=7$. ………………… 12 分

(B) 解(1) 由题意得 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sin\omega x\cos\varphi+\cos\omega x\sin\varphi=\sin(\omega x+\varphi)$， ………… 2 分

$\therefore \frac{T}{4}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}$，$\therefore \omega=2$，$\therefore f(x)=\sin(2x+\varphi)$，

$\because f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，$\therefore f(\frac{\pi}{3})=\sin(\frac{2\pi}{3}+\varphi)=\pm1$，

$\therefore \frac{2\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore \varphi=-\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

$\because 0<\varphi<\pi$，$\therefore \varphi=\frac{5\pi}{6}$，$\therefore f(x)=\sin(2x+\frac{5\pi}{6})$， ………………… 4 分

$\therefore -\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant2x+\frac{5\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore -\frac{2\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant-\frac{\pi}{6}+k\pi$，

$\therefore f(x)$ 的增区间为$[-\frac{2\pi}{3}+k\pi,-\frac{\pi}{6}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$. ………………… 6 分

(2) 同 A(2).

注：以上各题其他解法相应给分．