



2018年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的九名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题(本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

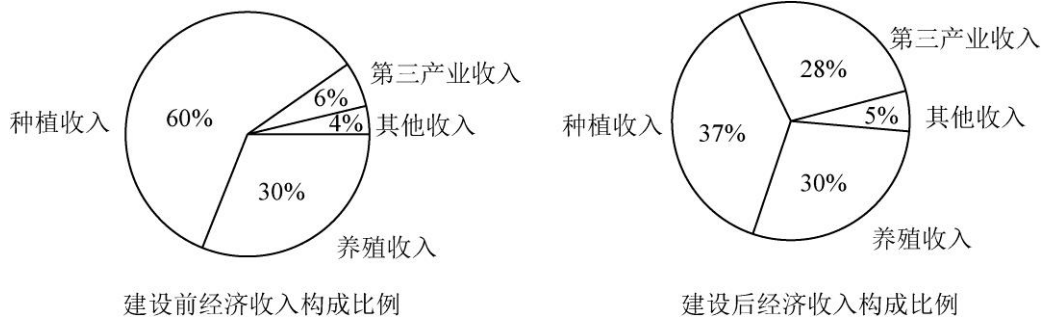
1. 已知集合  $A = \{0, 2\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$

- A.  $\{0, 2\}$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{0\}$                               D.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ , 则  $|z| = ( \quad )$

- A. 0                                      B.  $\frac{1}{2}$                               C. 1                                      D.  $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍. 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例. 得到如下饼图:



则下面结论中不正确的是 ( )

- A. 新农村建设后, 种植收入减少
- B. 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $3S_3 = S_2 + S_4$ ,  $a_1 = 2$ , 则  $a_3 = ( \quad )$

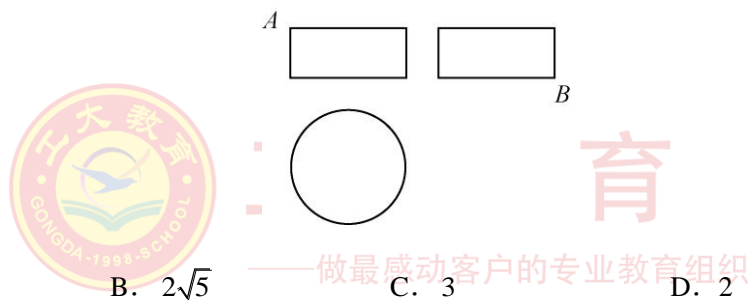


- A. -12                      B. -10                      C. 10                      D. 12

5. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ . 若  $f(x)$  为奇函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为 ( )
- A.  $y = -2x$                       B.  $y = -x$                       C.  $y = 2x$                       D.  $y = x$

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,  $E$  为  $AD$  的中点, 则  $\overrightarrow{EB} =$  ( )
- A.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$                       B.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- C.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$                       D.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

7. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图所示, 圆柱表面上的点  $M$  在正视图上的对应点为  $A$ , 圆柱表面上的点  $N$  在左视图上的对应点为  $B$ , 则在此圆柱侧面上, 从  $M$  到  $N$  的路径中, 最短路径的长度为 ( )



- A.  $2\sqrt{17}$                       B.  $2\sqrt{5}$                       C. 3                      D. 2

8. 设抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过点  $(-2, 0)$  且斜率为  $\frac{2}{3}$  的直线与  $C$  交于  $M, N$  两点, 则

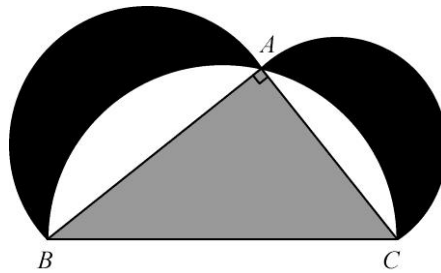
- $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$  ( )
- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ,  $f(x) = f(x) + x + a$  ( ), 若  $g(x)$  存在 2 个零点, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $[-1, 0)$                       B.  $[, +\infty)$                       C.  $[-1, +\infty)$                       D.  $[1, +\infty)$



10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形  $ABC$  的斜边  $BC$ ，直角边  $AB$ ， $AC$ ， $\triangle ABC$  的三边所围成的区域记为 I，黑色部分记为 II，其余部分记为 III，在整个图形中随机取一点，此点取自 I，II，III 的概率分别记为  $p_1$ ， $p_2$ ， $p_3$ ，则 ( )



- A.  $p_1 = p_2$       B.  $p_1 = p_3$       C.  $p_2 = p_3$       D.  $p_1 = p_2 + p_3$
11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ ， $O$  为坐标原点， $F$  为  $C$  的右焦点，过  $F$  的直线与  $C$  的两条渐近线的交点分别为  $M$ ， $N$ 。若  $\triangle OMN$  为直角三角形，则  $|MN| =$  ( )

- A.  $\frac{3}{2}$       B. 3      C.  $2\sqrt{3}$       D. 4

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & y > 0 \end{cases}$ ，则满足  $f(x+1) < f(2x)$  的  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, 1]$       B.  $(0, +\infty)$       C.  $(-1, 0)$       D.  $(-\infty, 0)$

## 二、填空题 (本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 已知函数  $f(x) = \log_2(x^2 + a)$ ，若  $f(3) = 1$ ，则  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ ，则  $z = 3x + 2y$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

15. 直线  $y = x + 1$  与圆  $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$  交于  $A, B$  两点，则  $|AB| =$  \_\_\_\_\_.



16.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b\sin C + c\sin B = 4a\sin B\sin C$ ,  $b^2 + c^2 - a^2 = 8$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。)

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ,  $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$ , 设  $b_n = \frac{a_n}{n}$ .

(1) 求  $b_1, b_2, b_3$ ;

(2) 判断数列  $\{b_n\}$  是否为等比数列, 并说明理由;

(3) 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

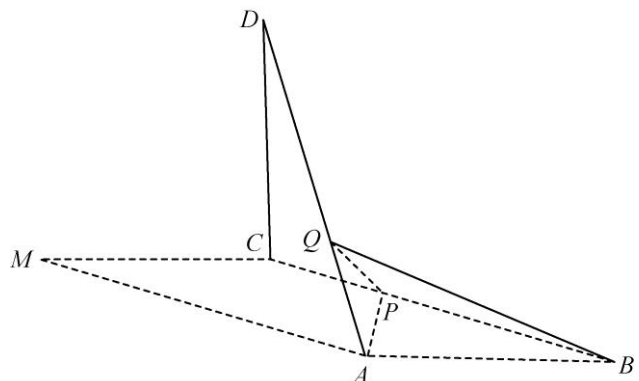


18. (12 分)

在平面四边形  $ABCM$  中,  $AB = AC = 3$ ,  $\angle ACM = 90^\circ$ , 以  $AC$  为折痕将  $\triangle ACM$  折起, 使点  $M$  到达点  $D$  的位置, 且  $AB \perp DA$ .

(1) 证明: 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$ ;

(2)  $Q$  为线段  $AD$  上一点,  $P$  为线段  $BC$  上一点, 且  $BQ = DQ = \frac{2}{3}DA$ , 求三棱锥  $Q-ABP$  的体积.





19. (12分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位:  $m^3$ ) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

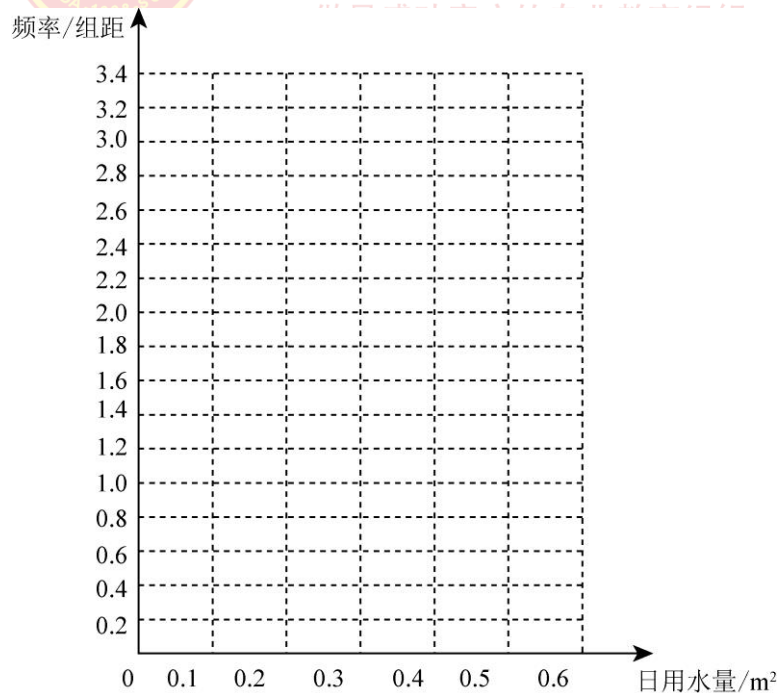
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)
频数	1	3	13	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:



(2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于  $0.35m^3$  的概率;

(3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数



据所在区间中点的值作代表.)

20. (12分)

设摆好抛物线  $C: y^2 = 2x$ , 点  $A(2, 0)$ ,  $B(-2, 0)$ , 过点  $A$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $M$ ,  $N$  两点.

(1) 当  $l$  与  $x$  轴垂直时, 求直线  $BM$  的方程;

(2) 证明:  $\angle ABM = \angle ABN$ .



21. (12分)

已知函数  $f(x) = ae^x - \ln x - 1$ .

(1) 油麦菜  $x=2$  是  $f(x)$  的极值点. 求  $a$ , 并求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 证明: 当  $a \geq \frac{1}{e}$ ,  $f(x) \geq 0$ .



(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的方程为  $y = k|x| + 2$ . 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立

极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 + 2\rho\cos\theta - 3 = 0$ .

(1) 求  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有且仅有三个公共点, 求  $C_1$  的方程.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $f(x) = |x+1| - |ax-1|$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) > 1$  的解集;

(2) 若  $x \in (0, 1)$  时不等式  $f(x) > x$  成立, 求  $a$  的取值范围.