



2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的九名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题(本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

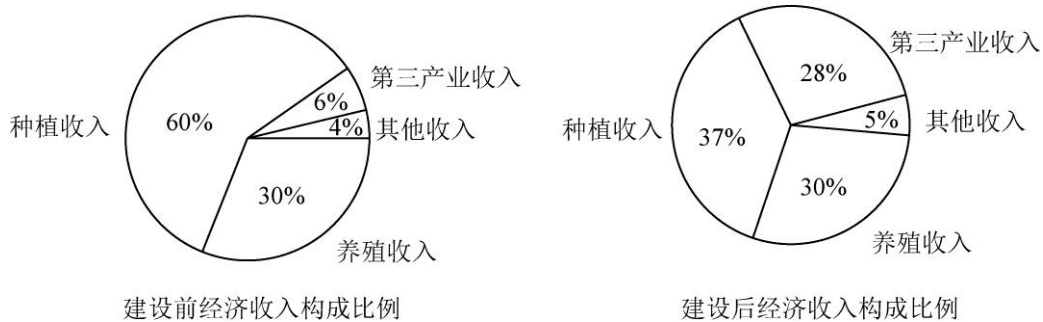
1. 设  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ , 则  $|z| = ( \quad )$

- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D.  $\sqrt{2}$

2. 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$ , 则  $\complement_{\mathbb{R}} A = ( \quad )$

- A.  $\{x | -1 < x < 2\}$                       B.  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$   
 C.  $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 2\}$                       D.  $\{x | x \leq -1\} \cup \{x | x \geq 2\}$

3. 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍. 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例. 得到如下饼图:

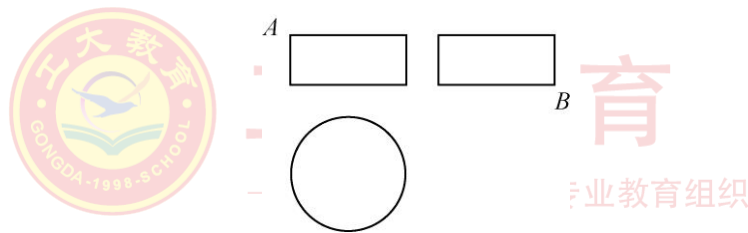


则下面结论中不正确的是 ( )

- A. 新农村建设后, 种植收入减少  
 B. 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上  
 C. 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍  
 D. 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半



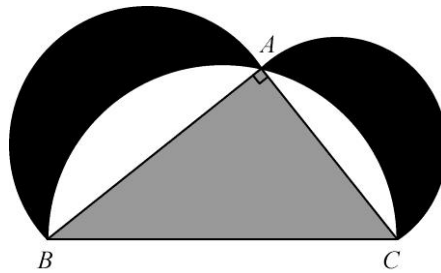
4. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $3S_3 = S_2 + S_4$ ,  $a_1 = 2$ , 则  $a_3 =$  ( )
- A. -12                      B. -10                      C. 10                      D. 12
5. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ . 若  $f(x)$  为奇函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为 ( )
- A.  $y = -2x$                       B.  $y = -x$                       C.  $y = 2x$                       D.  $y = x$
6. 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,  $E$  为  $AD$  的中点, 则  $\overrightarrow{EB} =$  ( )
- A.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$                       B.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- C.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$                       D.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
7. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图所示, 圆柱表面上的点  $M$  在正视图上的对应点为  $A$ , 圆柱表面上的点  $N$  在左视图上的对应点为  $B$ , 则在此圆柱侧面上, 从  $M$  到  $N$  的路径中, 最短路径的长度为 ( )



- A.  $2\sqrt{17}$                       B.  $2\sqrt{5}$                       C. 3                      D. 2
8. 设抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过点  $(-2, 0)$  且斜率为  $\frac{2}{3}$  的直线与  $C$  交于  $M, N$  两点, 则  $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$  ( )
- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8
9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ,  $f(x) = f(x) + x + a$  ( ), 若  $g(x)$  存在 2 个零点, 则  $a$  的取值范围是
- A.  $[-1, 0)$                       B.  $[, +\infty)$                       C.  $[-1, +\infty)$                       D.  $[1, +\infty)$



10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形, 此图由三个半圆构成, 三个半圆的直径分别为直角三角形  $ABC$  的斜边  $BC$ , 直角边  $AB$ ,  $AC$ ,  $\triangle ABC$  的三边所围成的区域记为 I, 黑色部分记为 II, 其余部分记为 III, 在整个图形中随机取一点, 此点取自 I, II, III 的概率分别记为  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ , 则 ( )



- A.  $p_1 = p_2$       B.  $p_1 = p_3$       C.  $p_2 = p_3$       D.  $p_1 = p_2 + p_3$
11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ ,  $O$  为坐标原点,  $F$  为  $C$  的右焦点, 过  $F$  的直线与  $C$  的两条渐近线的交点分别为  $M$ ,  $N$ . 若  $\triangle OMN$  为直角三角形, 则  $|MN| = ( )$
- A.  $\frac{3}{2}$       B. 3      C.  $2\sqrt{3}$       D. 4
12. 已知正方体的棱长为 1, 每条棱所在直线与平面  $\alpha$  所成的角都相等, 则  $\alpha$  截此正方体所得截面面积的最大值为 ( )
- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

## 二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 3x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_.
14. 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $S_n = 2a_n + 1$ , 则  $S_6 =$ \_\_\_\_\_.
15. 从 2 位女生, 4 位男生中选 3 人参加科技比赛, 且至少有 1 位女生入选, 则不同的选法共有\_\_\_\_\_种. (用数字填写答案)
16. 已知函数  $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ , 则  $f(x)$  的最小值是\_\_\_\_\_.



三、解答题（共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。）

（一）必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在平面四边形  $ABCD$  中， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BD = 5$ 。

(1) 求  $\cos \angle ADB$ ；

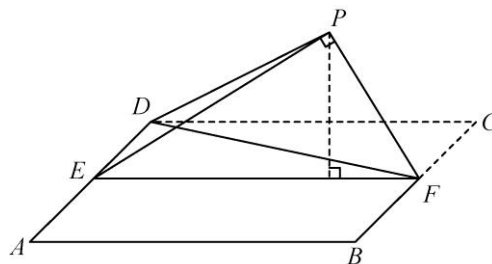
(2) 若  $DC = 2\sqrt{2}$ ，求  $BC$ 。

18. (12 分)

如图，四边形  $ABCD$  为正方形， $E$ ， $F$  分别为  $AD$ ， $BC$  的中点，以  $DF$  为折痕把  $\triangle DFC$  折起，使点  $C$  到达点  $P$  的位置，且  $PF \perp BF$ 。

(1) 证明：平面  $PEF \perp$  平面  $ABFD$ ；

(2) 求  $DP$  与平面  $ABFD$  所成角的正弦值。





19. (12分)

设椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的右焦点为  $F$ , 过  $F$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 点  $M$  的坐标为  $(2, 0)$ .

- (1) 当  $l$  与  $x$  轴垂直时, 求直线  $AM$  的方程;
- (2) 设  $O$  为坐标原点, 证明:  $\angle OMA = \angle OMB$ .

20. (12分)

某工厂的某种产品成箱包装, 每箱 200 件, 每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验, 如检验出不合格品, 则更换为合格品, 检验时, 先从这箱产品中任取 20 件的作检验, 再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验, 设每件产品为不合格品的概率都为  $p(0 < p < 1)$ , 且各件产品是否为不合格品相互独立.

(1) 记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为  $f(p)$ , 求  $f(p)$  的最大值点  $p$ ;

(2) 现对一箱产品检验了 20 件, 结果恰有 2 件不合格品, 以(1)中确定的  $p_n$  作为  $p$  的值. 已知每件产品的检验费用为 2 元, 若有不合格品进入用户手中, 则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用.

- (i) 若不对该箱余下的产品作检验, 这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为  $X$ , 求  $EX$ ;
- (ii) 以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据, 是否该对这箱余下的所有产品作检验?



21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $f(x)$  存在两个极值点  $x_1, x_2$ , 证明:  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$ .

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的方程为  $y = k|x| + 2$ . 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立

极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $p^2 + 2p \cos \theta - 3 = 0$ .

(1) 求  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有且仅有三个公共点, 求  $C_1$  的方程.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

学校网址: <http://www.tygdedu.cn>

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $f(x) = |x+1| - |ax-1|$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) > 1$  的解集;

(2) 若  $x \in (0, 1)$  时不等式  $f(x) > x$  成立, 求  $a$  的取值范围.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织