姓名________________ 准考证号________________

试题类型：A

秘密★启用前

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置。
2. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案用 0.5 mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $U=\{x|x\leqslant 8\}$，集合 $A=\{x|x^2-8x\leqslant 0\}$，则 $\complement_U A=$

A. $(-\infty,8)$　　B. $(-\infty,0]$　　C. $(-\infty,0)$　　D. $\varnothing$

2. 下列命题正确的是

A. 命题"若 $\alpha=\beta$，则 $\sin\alpha=\sin\beta$"的逆否命题为真命题

B. 命题"若 $a<b$，则 $ac^2\leqslant bc^2$"的逆命题为真命题

C. 命题"$\forall x>0, 5^x>0$"的否定是"$\exists x_0\leqslant 0, 5^{x_0}\leqslant 0$"

D. "$x<-1$"是"$\ln(x+2)<0$"的充分不必要条件

3. 已知 $\tan\alpha=3$，则 $\dfrac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=$

A. -3　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. 3

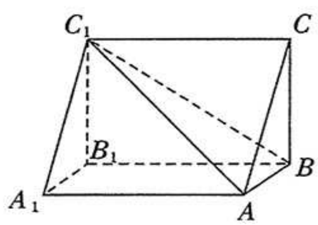
4. 已知向量 $\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为 2，且 $|\boldsymbol{a}|=1$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

5. 若点 P 为圆 $x^2+y^2=1$ 上的一个动点，点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$为两个定点，则 $|PA|+|PB|$ 的最大值是

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

6.《九章算术》中对一些特殊的几何体有特定的称谓，例如：将底面为直角三角形的直三棱柱称为堑堵.将一堑堵沿其一顶点与相对的棱刨开，得到一个阳马(底面是长方形，且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥）和一个鳖臑（四个面均为直角三角形的四面体）. 在如图所示的堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AC=5$，$AB=3$，$BC=4$，则阳马 $C_1-ABB_1A_1$ 外接球的表面积是



第 6 题图

A. 25π　　B. 50π　　C. 100π　　D. 200π

7. 完成下列表格，据此可猜想多面体各面内角和的总和的表达式是

多面体	顶点数 V	面数 F	棱数 E	各面内角和的总和
三棱锥	4		6	
四棱锥	5	5		
五棱锥	6			

（说明：上述表格内，顶点数 V 指多面体的顶点数.）

A. $2(V-2)\pi$　　B. $2(F-2)\pi$

C. $(E-2)\pi$　　D. $(V+F-4)\pi$

8. 甲、乙二人约定 7:10 在某处会面，甲在 7:00~7:20 内某一时刻随机到达，乙在 7:05~7:20 内某一时刻随机到达，则甲至少需等待乙 5 分钟的概率是

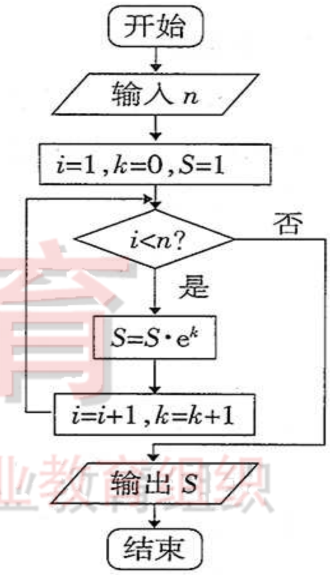
A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{5}{8}$

9. 执行如图所示的程序框图，如果输入的 n 是 10，则与输出结果 S 的值最接近的是

A. e^{28}　　B. e^{36}

C. e^{45}　　D. e^{55}



第 9 题图

10. 在△ABC 中，点 D 为边 AB 上一点，若 $CD\perp BC$，$AC=3\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{3}$，$\sin\angle CBA=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则△$ABC$ 的面积是

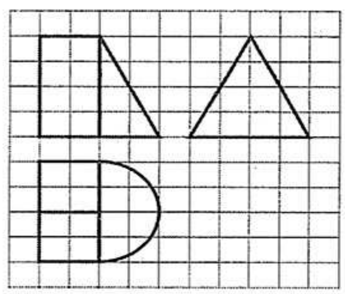
A. $6\sqrt{2}$　　B. $12\sqrt{2}$

C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{15\sqrt{2}}{2}$

11. 某几何体的三视图如图所示，若图中小正方形的边长均为 1，则该几何体的体积是

A. $16+\frac{16}{3}\pi$　　B. $16+\frac{8}{3}\pi$

C. $\frac{32}{3}+\frac{8}{3}\pi$　　D. $\frac{32}{3}+\frac{16}{3}\pi$


第 11 题图

12. 若对于 $\forall x_1,x_2\in(-\infty,m)$，且 $x_1<x_2$，都有 $\frac{x_2e^{x_1}-x_1e^{x_2}}{e^{x_2}-e^{x_1}}>1$，则 m 的最大值是

A. 2e　　B. e

C. 0　　D. -1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若复数 $z=\frac{5i}{2-i}$，则复数 $z+1$ 的模是___▲___.

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上周期为 4 的函数，且 $f(-x)+f(x)=0$，当 $0<x<2$ 时，$f(x)=2^x-1$，则 $f(-21)+f(16)=$___▲___.

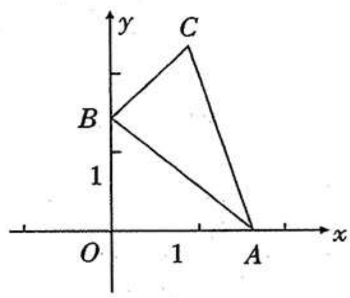
15. 如图，点 A 在 x 轴的非负半轴上运动，点 B 在 y 轴的非负半轴上运动.且 $|AB|=\sqrt{6}$，$|BC|=\sqrt{2}$，$BC\perp AB$.设点 C 位于 x 轴上方，且点 C 到 x 轴的距离为 d，则下列叙述正确的个数是 ▲ .

①d 随着 $|OA|$ 的增大而减小；

②d 的最小值为 $\sqrt{2}$，此时 $|OA|=\sqrt{6}$；

③d 的最大值为 $2\sqrt{2}$，此时 $|OA|=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$；

④d 的取值范围是 $[\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2}]$



第 15 题图

16. 若双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 F，右顶点为 A，P 为 E 的左支上一点，且 $\angle PAF=60°$，$|PA|=|AF|$，则 E 的离心率是 ▲ .

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_n>0$，$a_1=4$，$\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{2}{a_{n+2}}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

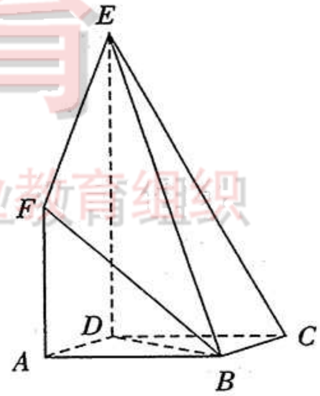
（2）设 $b_n=(-1)^n\cdot(\log_2 a_n)^2$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n}.

18.（12 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形，$AF// DE$，$AF\perp AD$，且平面 $BED\perp$ 平面 $ABCD$.

（1）求证：$AF\perp CD$；

（2）若 $\angle BAD=60°$，$AF=AD=\dfrac{1}{2}ED=2$，求多面体 $ABCDEF$ 的体积.



第 18 题图

19.（12 分）

某快递公司收取快递费用的标准是：重量不超过 1 kg 的包裹收费 10 元；重量超过 1 kg 的包裹，除 1 kg 收费 10 元之外，超过 1 kg 的部分，每超出 1 kg（不足 1 kg，按 1 kg 计算）需再收 5 元.

该公司对近 60 天，每天揽件数量统计如下：

包裹件数范围	0~100	101~200	201~300	301~400	401~500
包裹件数（近似处理）	50	150	250	350	450
天数	6	6	30	12	6

（1）某人打算将 A(0.3 kg)，B(1.8 kg)，C(1.5 kg) 三件礼物随机分成两个包裹寄出，求该人支付的快递费不超过 30 元的概率；

(2)该公司从收取的每件快递的费用中抽取 5 元作为前台工作人员的工资和公司利润，剩余的作为其他费用.前台工作人员每人每天揽件不超过 150 件，工资 100 元，目前前台有工作人员 3 人，那么，公司将前台工作人员裁员 1 人对提高公司利润是否更有利?

20.（12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，且两个焦点的坐标为 $(-1,0)$，$(1,0)$.

(1)求 E 的方程；

(2)若 A,B,P（点 P 不与椭圆顶点重合）为 E 上的三个不同的点，O 为坐标原点，且 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$，求 AB 所在直线与坐标轴围成的三角形面积的最小值.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x$.

(1)当 $a<1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)若不等式 $f(x)+(a+1)x\geqslant\frac{x^2}{2}+x^a+1-\mathrm{e}$ 对于任意 $x\in[\mathrm{e}^{-1},\mathrm{e}]$ 成立，求正实数 a 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

22. [选修 4–4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为：$\begin{cases}x=\cos\theta,\\y=\sin\theta,\end{cases}$（$\theta$ 为参数，$\theta\in[0,\pi]$），将曲线 C_1 经过伸缩变换：$\begin{cases}x'=x,\\y'=\sqrt{3}y\end{cases}$ 得到曲线 C_2.

(1)以原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求 C_2 的极坐标方程；

(2)若直线 $l:\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\y=t\sin\alpha,\end{cases}$（$t$ 为参数）与 C_1，C_2 相交于 A,B 两点，且 $|AB|=\sqrt{2}-1$，求 α 的值.

23. [选修 4–5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x-1|-a(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $f(x)$ 的最小值不小于 3，求 a 的最大值；

(2)若 $g(x)=f(x)+2|x+a|+a$ 的最小值为 3，求 a 的值.