太原市 2017~2018 学年第一学期高二期末考试（理科）
数学试卷分析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1.已知命题 $p:\forall x\in R,x^2\geq 0$,则$\neg p$是（　）

A. $\forall x\in R,x^2<0$　　B. $\exists x_0\in R,x_0^2\geq 0$　　C. $\forall x\in R,x^2\leq 0$　　D. $\exists x_0\in R,x_0^2<0$

考点：命题的否定

答案：D

解析：全称命题的否定命题为特称命题，否定时要“改量词，否结论”．因为命题 $p:\forall x\in R,x^2\geq 0$，则命题 p 的否定为：$\neg p:\exists x_0\in R,x_0^2<0$．所以选 D.

2.椭圆$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$的焦距为（　）

A.10　　B.8　　C.6　　D.4

考点：椭圆的几何性质

答案：C

解析：因为椭圆的标准方程为$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$,有$a^2=25,b^2=16$,又因为$c^2=a^2-b^2=25-16=9$,所以$c=\pm 3$,则焦距为$2c(c>0)=6$.所以选 C

3.已知$\vec{a}=(1,m,2),\vec{b}=(n,1,-2)$,若$\vec{a}=\lambda\vec{b}$，则实数$m,n$的值分别为（　）

A. $-1,-1$　　B. $1,-1$　　C. $-1,1$　　D. $1,1$

考点：平面向量的坐标运算

答案：A

解析：因为$\vec{a}=\lambda\vec{b}$,即$(1,m,2)=\lambda(n,1,-2)$,因而有$\begin{cases}1=\lambda n\\ m=\lambda\\ 2=-2\lambda\end{cases}$，求解得到$\begin{cases}\lambda=-1\\ m=-1\\ n=-1\end{cases}$,故$m,n$的值分

别为 $-1,-1$,所以选 A

4.已知平面 $\alpha // \beta, a$ 是直线，则“$a \perp \alpha$”是“$a \perp \beta$”的　　(　)

A.充分不必要条件　B.必要不充分条件　C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

考点：充分与必要条件的判断

答案：C

解析：因为平面 $\alpha // \beta, a \perp \alpha$，则 $a \perp \beta$，因此可以推出：“$a \perp \alpha$”是“$a \perp \beta$”充分条件；

又因为 $a \perp \beta$，$\alpha // \beta$，则 $a \perp \alpha$，所以可以推出“$a \perp \beta$”是“$a \perp \alpha$”必要条件；

.所以选 C

5.抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点坐标是

A. $(1,0)$　B. $(0,1)$　C. $(2,0)$　D. $(0,2)$

考点：抛物线的标准方程

答案：B

解析：抛物线 $x^2 = 4y$ 中，$p = 2, \frac{p}{2} = 1$，焦点在 y 轴上，开口向上，故焦点坐标是 $(0,1)$ 所以选 B.

6.已知 $m = (1,0,2)$ 是直线 l 的一个方向向量，$\vec{n}$ 是平面 α 的一个法向量，且 l □ α，则 $\vec{n}$ 不可能是

A. $(0,1,0)$　B. $(2,0,-1)$　C. $(-2,1,1)$　D. $(-1,1,-2)$

考点：线线平行

答案：D

解析：$\vec{n}$ 不可能平行于向量 m，故不可能是 D.

7.已知双曲线的一个焦点是 $(\sqrt{3},0)$，其渐近线方程为 $y = \pm 2x$，则该曲线的标准方程为

A. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $y^2-\frac{x^2}{4}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D. $\frac{y^2}{4}-x^2=1$

考点：双曲线的标准方程

答案：B

解析：由题可知焦点$c=\sqrt{3}$，渐近线方程$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm 2x$，即$b=2a$，可得双曲线的标准方程为$y^2-\frac{x^2}{4}=1$，所以选 B.

8.在空间直角坐标系中，$O(0,0,0),A(1,0,0),B(0,2,0),C(0,0,c),D(2,d,-1)$,若直线$OD\perp$平面$ABC$，则实数$c,d$的值分别是

A.2，-1　　B.-2,1　　C.$-\frac{1}{2},1$　　D. $\frac{1}{2},-1$

考点：线面垂直

答案：B

解析：由题可知$\overrightarrow{OD}=(2,d,-1)$，$\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,0,c)$，若直线$OD\perp$平面$ABC$，则$OD\perp AB$，$OD\perp AC$，则可知$d=1$，$c=-2$，所以选 B

9.已知命题“$\exists x_0\in[1,2],x_0{}^2-2ax_0+1>0$”是真命题，则实数$a$的取值范围为（　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $\left(-\infty,\frac{5}{4}\right)$　　D. $\left(\frac{5}{4},+\infty\right)$

考点：命题的判断

答案：C

解析：由于命题$\exists x_0\in[1,2],x_0{}^2-2ax_0+1>0$的否定为$\forall x\in[1,2],x^2-2ax+1\le 0$，即

$$\begin{cases}\Delta>0\\1^2-2a+1\le 0\\2^2-2\times 2a+1\le 0\end{cases}$$，解得$a\ge\frac{5}{4}$

又因为原命题与命题的否定真假性相反，所以得到 $a\in\left(-\infty,\frac{5}{4}\right)$，选 C.

10.已知 $\vec{i}=(1,0,0),\vec{j}=(0,1,0),\vec{k}=(0,0,1)$，且 $\vec{m}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$，

若 $\vec{m}=x\left(\vec{i}+\vec{j}\right)+y\left(\vec{j}+\vec{k}\right)+z\left(\vec{k}+\vec{i}\right)$，则实数 x,y,z 的值分别是（ ）

A. $0,1,2$　　B. $0,2,1$　　C. $2,0,1$　　D. $1,2,0$

考点：向量运算

答案：B

解析：由于 $\vec{m}=x\left(\vec{i}+\vec{j}\right)+y\left(\vec{j}+\vec{k}\right)+z\left(\vec{k}+\vec{i}\right)=(x+z)\vec{i}+(x+y)\vec{j}+(y+z)\vec{k}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$，

所以 $\begin{cases}x+z=1\\x+y=2\\y+z=3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=0\\y=2\\z=1\end{cases}$，所以选 B.

11.已知直线 $y=kx+2$ 与双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的右支相交于 A,B 两个不同点，则实数 k 的取值范围是

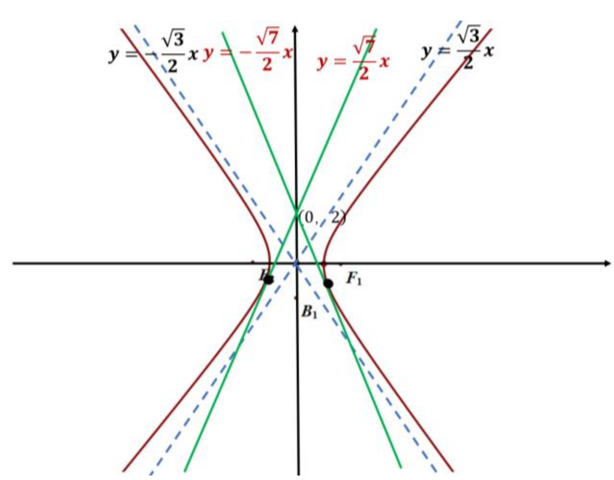
A. $\left(-\frac{\sqrt{7}}{2},\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{\sqrt{7}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cup\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{\sqrt{7}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

考点：直线与双曲线位置关系、双曲线渐近线

答案：D

解析：



联立 $\begin{cases}y=kx+2\\\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，

可得 $\left(3-4k^2\right)x^2-16kx-28=0$

当直线 $y=kx+2$ 与双曲线相切时，$\Delta=(16k)^2-4(3-4k^2)(-28)=0$，解得：$k=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

直线 $y=kx+2$ 恒过定点线 $(0,2)$，切线为图中绿色线.由双曲线方程可知，渐近线为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$，图中蓝色线.则要使得直线 $y=kx+2$ 与双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的右支相交于 A,B 两个不同点，实数 k 的取值范围应为 $\left(-\frac{\sqrt{7}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

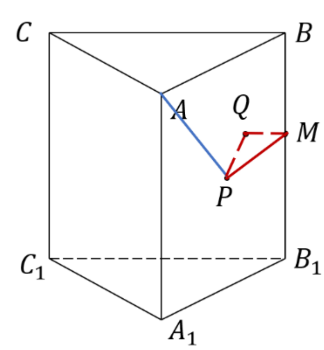
12.已知直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 底面 ABC，$AB\perp AC, AB=AC$，点 P 是侧面 ABB_1A_1 内的动点，点 P 到棱 AC 的距离等于到平面 BCC_1B_1 的距离，则动点 P 的轨迹是

A.抛物线的一部分　　B.椭圆的一部分　　C.双曲线的一部分　　D.直线的一部分

考点：椭圆的定义、空间立体几何

答案：B

解析：由于 $AC\perp AB, AC\perp AA_1$，则 $AC\perp$ 平面 ABB_1A_1，



所以 $AC\perp AP$，点 P 到棱 AC 的距离为 PA

由于 $AB\perp BB_1, BC\perp BB_1$，则 $\angle ABC$ 为二面角 $A-BB_1-C$ 的平面角，由于 $AC\perp AB, AC=AB$，则 $\angle ABC=45^\circ$

过点 P 作 $PQ\perp$ 平面 BCC_1B_1，过点 Q 作 $QM\perp BB_1$，由二面角定义可得 $\angle PMQ=45^\circ$，且 $PM\perp BB_1$，则点 P 到平面 BCC_1B_1 的距离 $|PQ|=\frac{\sqrt{2}}{2}|PM|$

因为点 P 到棱 AC 的距离等于到平面 BCC_1B_1 的距离，则 $|PA|=|PQ|=\frac{\sqrt{2}}{2}|PM|$

所以 $\frac{|PA|}{|PM|}=\frac{\sqrt{2}}{2}<1$，$|PA|$ 为动点 P 到定点 A 的距离，$|PM|$ 为动点 P 到定直线 BB_1 的距离

由椭圆第二定义可得，动点 P 的轨迹是椭圆的一部分

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分.把答案填在题中横线上）

13.命题“若 $x>1$,则 $x^2>1$”的否命题为______.

考点：否命题

答案：若 $x\le 1$,则 $x^2\le 1$

解析：否命题需将原命题条件结论均做否定.

14.双曲线 $x^2-3y^2=3$ 的焦点坐标为______.

考点：双曲线

答案：$(-2,0),(2,0)$

解析：双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$，则 $a^2=3,b^2=1,c^2=4$，所以 $c=2$，且焦点在 x 轴上，所以焦点坐标为 $(-2,0),(2,0)$.

15.在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 相交于 A,B 两个不同点，若 $|AF|+|BF|=4|OF|$，则该双曲线的离心率是______.

考点：圆锥曲线综合

答案：$\frac{\sqrt{6}}{2}$

解析：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\\ x^2=2py\end{cases}$，可得 $-\frac{1}{b^2}y^2+\frac{2p}{a^2}y-1=0$，

则 $y_1+y_2=-\frac{\frac{2p}{a^2}}{-\frac{1}{b^2}}=2p\frac{b^2}{a^2}$ ①，由抛物线定义可得，$|AF|+|BF|=y_1+\frac{p}{2}+y_2+\frac{p}{2}=y_1+y_2+p$

又$|AF|+|BF|=4|OF|$，则$y_1+y_2+p=2p$，$y_1+y_2=p$，代入①中可得$\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$

所以$e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2}=1+\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{2}$，$e=\frac{\sqrt{6}}{2}$

16.在空间直角坐标系中，$O(0,0,0),A(1,0,0),B(0,2,0),C(0,0,3),D(x,y,z)$，且$|CD|=1$，则$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}|$的取值范围是________.

考点：空间向量

答案：$\left[\sqrt{14}-1,\sqrt{14}+1\right]$

解析：$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}|=|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CD}|$，设$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{a}=(1,2,3),\overrightarrow{CD}=\vec{t}$，

则原式$=\sqrt{(\vec{a}+\vec{t})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{t}+\vec{t}^2}=\sqrt{14+2\sqrt{14}\cdot1\cdot\cos\theta+1}=\sqrt{15+2\sqrt{14}\cos\theta}$

由于$\cos\theta\in[-1,1]$，则最大值为$\sqrt{15+2\sqrt{14}}=\sqrt{14}+1$；最小值为$\sqrt{15-2\sqrt{14}}=\sqrt{14}-1$

所以$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}|$的取值范围是$\left[\sqrt{14}-1,\sqrt{14}+1\right]$

三、解答题（本大题共 4 小题，共 48 分）

17.(本小题满分 10 分)

已知命题p:直线$y=x+m$经过第一、第二和第三象限,q:不等式$x^2+2x+m>0$在R上恒成立.

(1)若$p\vee q$是真命题，求实数m的取值范围;

(2)若$(\neg p)\vee(\neg q)$是假命题，求实数m的取值范围.

考点：命题的判断

解析：

(1)命题p:直线$y=x+m$经过第一、第二和第三象限,$\therefore m>0$.

q：不等式$x^2+2x+m>0$在R上恒成立$\therefore \Delta=4-4m<0$，$\therefore m>1$.

要求$p\vee q$是真命题时m的取值范围，我们只需要考虑它的反面，也就是$p\vee q$为假命题时，

须要p,q都是假命题，则有

$\begin{cases} m\le 0 \\ m\le 1 \end{cases}$，解得$m\le 0$，

所以$p\vee q$是真命题，m的取值范围是$m\in(0,+\infty)$.

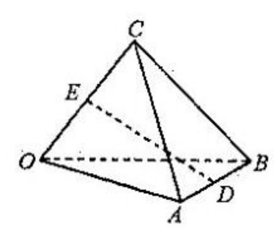
（2）若$(\neg p)\vee(\neg q)$是假命题,则$(\neg p),(\neg q)$都是假命题，

所以p,q都是真命题，所以$m>0$且$m>1$，所以$m>1$.

18.(10 分)如图，三棱锥$O-ABC$各棱的棱长都是 1，点D是棱AB的中点，点E在棱OC上，且$OE=\lambda OC$，记$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$

(1)用向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$表示向量$\overrightarrow{DE}$

(2)求$\left|\overrightarrow{DE}\right|$的最小值



考点：平面向量

解析：（1）$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right)+\lambda\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\lambda\vec{c}$

（2）因三棱锥棱长都为 1，故$\vec{a}^2=\vec{b}^2=\vec{c}^2=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}$

$\left|\overrightarrow{DE}\right|=\left(-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\lambda\vec{c}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\lambda^2+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}-\lambda\vec{a}\cdot\vec{c}-\lambda\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{3}{4}+\lambda(\lambda-1)$

此时$\left|\overrightarrow{DE}\right|$的最小值为$\lambda=\frac{1}{2}$时，$\left|\overrightarrow{DE}\right|_{\min}=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

19.(本小题满分 10 分)已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1(a>0)$的离心率$e=2$,抛物线$C$的准线经过其左焦点.

（1）求抛物线C的标准方程及其准线方程；

（2）若过抛物线C焦点F的直线l与该抛物线交于A,B两个不同的点，求证：以AB为直径的圆与抛物线C的准线相切

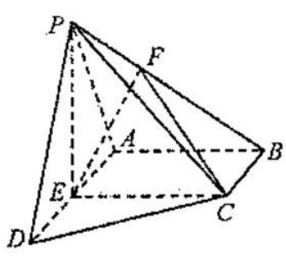
考点：抛物线的标准方程和几何性质

解析：（1）由题意得$b^2=3$，$e=\dfrac{c}{a}=2$，则$c=2a$，又因为在双曲线中$c^2=a^2+b^2$，即$4a^2=a^2+3$，得$a^2=1$.双曲线的标准方程为$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，其左焦点为$(-2,0)$.又因为抛物线C的准线经过其左焦点，所以$-\dfrac{p}{2}=-2$，得$p=4$，故抛物线的标准方程为$y^2=2px=8x$，准线方程为$x=-\dfrac{p}{2}=-2$

（2）设直线AB的方程为$x=ky+2$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，由$\begin{cases}x=ky+2\\y^2=8x\end{cases}$消去$x$，得$y^2-8ky-16=0$，则$y_1+y_2=8k,x_1+x_2=k(y_1+y_2)+4=8k^2+4$，直线$AB$的中点$D\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$，则$D(4k^2+2,4k)$，又因为直线$AB$的长度为$|AB|=x_1+x_2+p$，所以圆的半径$r=\dfrac{|AB|}{2}=4k^2+4$，点$D$到准线$x=-2$的距离$d=\dfrac{4k^2+2+2}{1}=4k^2+4$，因为$r=d$，所以以$AB$为直径的圆与抛物线$D$相切.

20.(本小题满分10分)说明：请考生在(A),(B)两小题中任选一题解答.

(A)如图，在四棱锥$P-ABCD$中，点E是AD的中点，点F在棱PB上，$AD\parallel BC$，$AB\perp AD, PA=PD=2, BC=\dfrac{1}{2}AD=1, AB=\sqrt{3}, PC=\sqrt{6}.$



（1）证明：平面$CEF\perp$平面PAD;

（2）若点F是PB的中点，求直线CP与平面CEF所成角的正弦值.

考点：空间立体几何

解析：

证明：$\because E$ 为 AD 的中点，且 $BC=\frac{1}{2}AD$

$\therefore BC=AE$ 又$\because BC\parallel AD$ $\therefore BC \underset{=}{\parallel} AE$

$\therefore$四边形 $ABCE$ 为平行四边形

$\therefore AB\parallel EC$ 又$\because AB\perp AD$ $\therefore EC\perp AD$

又$\because EC=AB=\sqrt{3}, PE=\frac{\sqrt{3}}{2}PA=\sqrt{3}$

$\therefore PE^2+EC^2=PC^2$ $\therefore EC\perp PE$

又$\because PE\subset$平面 PAD, $AD\subset$平面 PAD, $PE\cap AD=E$

$\therefore EC\perp$平面 PAD .

又$\because EC\subset$平面 CEF $\therefore$平面 $CEF\perp$平面 PAD.

由（1）知，PE,AD,EC 两两互相垂直，故以 E 为原点，EC 为 x 轴，ED 为 y 轴，EP 为 z 轴建立空间直角坐标系.则：

$$E(0,0,0),C(\sqrt{3},0,0),P(0,0,\sqrt{3}),B(\sqrt{3},-1,0),F\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{CP}=(-\sqrt{3},0,\sqrt{3}),\overrightarrow{CE}=(-\sqrt{3},0,0),\overrightarrow{EF}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

设平面 CEF 的法向量为 $\vec{n}=(x_0,y_0,z_0)$, 则：

$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CE}=-\sqrt{3}x_0=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{\sqrt{3}}{2}x_0-\frac{1}{2}y_0+\frac{\sqrt{3}}{2}z_0=0\end{cases}\quad 可得：\vec{n}=\left(0,\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

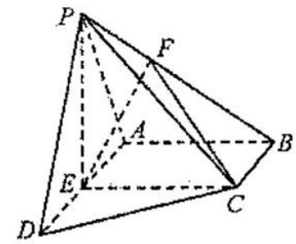
$$\sin\theta=\left|\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{CP}\rangle\right|=\left|\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{CP}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{CP}|}\right|=\left|\frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}\right|=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

(B)如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，点 F 在棱 PB 上，$AD\parallel BC$,

$AB \perp AD, PA = PD = 2, BC = \frac{1}{2}AD = 1, AB = \sqrt{3}, PC = \sqrt{6}.$

（1）证明：平面 $CEF \perp$ 平面 PAD;

（2）设 $\overrightarrow{PF} = k\overrightarrow{PB}(0 < k < 1)$, 且二面角 $P - CE - F$ 的大小为 $30°$, 求实数 k 的值.



考点：空间立体几何

解析：

（1）证明：$\because E$ 为 AD 的中点，且 $BC = \frac{1}{2}AD$

$\therefore BC = AE$ 又 $\because BC \mathbin{/\!/} AD$ $\therefore BC \underset{=}{/\!/} AE$

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 为平行四边形

$\therefore AB \mathbin{/\!/} EC$ 又 $\because AB \perp AD$ $\therefore EC \perp AD$

又 $\because EC = AB = \sqrt{3}, PE = \frac{\sqrt{3}}{2}PA = \sqrt{3}$

$\therefore PE^2 + EC^2 = PC^2$ $\therefore EC \perp PE$

又 $\because PE \subset$ 平面 PAD, $AD \subset$ 平面 PAD, $PE \cap AD = E$

$\therefore EC \perp$ 平面 PAD.

又 $\because EC \subset$ 平面 CEF $\therefore$ 平面 $CEF \perp$ 平面 PAD.

（2）由（1）知，PE, AD, EC 两两互相垂直，故以 E 为原点，EC 为 x 轴，ED 为 y 轴，EP 为 z 轴建立空间直角坐标系.则：

$E(0,0,0), C(\sqrt{3},0,0), P(0,0,\sqrt{3}), B(\sqrt{3},-1,0), \overrightarrow{PB} = (\sqrt{3},-1,-\sqrt{3}), \overrightarrow{EF} = (0,0,\sqrt{3}), \overrightarrow{EC} = (\sqrt{3},0,0)$

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EP} + \overrightarrow{PF} = \overrightarrow{EP} + k\overrightarrow{PB} = (k\sqrt{3},-k,(1-k)\sqrt{3})$

设平面 CEF 的法向量为 $\vec{n} = (x_1, y_1, z_1)$, 则：

$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \end{cases}$ 可得：$\vec{n} = (0,3(k-1),-\sqrt{3}k)$

设平面 PEC 的法向量为 $\vec{m}=(x_2,y_2,z_2)$，则：

$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{EP}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{EC}=0\end{cases}$ 可得：$\vec{m}=(0,3,0)$

$\cos30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\left|\cos\langle\vec{n},\vec{m}\rangle\right|=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|}\right|=\dfrac{a(k-1)}{3\sqrt{9(k-1)^2+3k^2}}$． 解得：$k=\dfrac{1}{2}$．

所以实数 k 的值为 $\dfrac{1}{2}$．

21.(本小题满分 12 分)说明：考生在(A),(B)两小题中任选一题解答.

(A)已知点 F_1,F_2 分别是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点，点 A,B 分别是其右顶点和上顶点，椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{1}{2}$，且 $\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-1$

(1)求椭圆 C 的方程

(2)若过点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M,N 两个不同点，求 ΔF_1MN 面积的最大值

考点：圆锥曲线

解析：

由题意可知：$F_2(c,0),A(a,0),B(0,b),\overrightarrow{F_2A}=(a-c,0),\overrightarrow{F_2B}=(-c,b)$

$$\begin{cases}e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\\ \overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-(a-c)\cdot c=-1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=\sqrt{3}\\ c=1\end{cases}$$

所以，椭圆的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$．

由（1）知：$F_2(1,0)$，由题意可知，直线 l 的斜率不为 0，

所以，设直线 l 为：$x=my+1$

由$\begin{cases} x=my+1 \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 可得：$(3m^2+4)y^2+6my-9=0$

$\Delta=36m^2-4\times(-9)\times(3m^2+4)=144m^2+144>0$

设$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则：$y_1+y_2=\dfrac{-6m}{3m^2+4},y_1y_2=\dfrac{-9}{3m^2+4}$

可得：$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{\dfrac{36m^2+36\times(3m^2+4)}{(3m^2+4)^2}}=4\sqrt{\dfrac{1}{(m^2+1)+\dfrac{1}{9(m^2+1)}+\dfrac{2}{3}}}$

又$\because m^2+1\geq 1$,当且仅当$m^2+1=1$时，$|y_1-y_2|_{\max}=3$.

$\therefore S_{\Delta F_1MN}=\dfrac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y_1-y_2|\leq\dfrac{1}{2}\times2\times3=3$.

故ΔF_1MN面积的最大值为 3.

(B)已知点F_1,F_2分别是椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点，点$A,B$分别是其右顶点和上顶点，$S_{\triangle F_2AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且$\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-1$

(1)求椭圆C的方程

(2)若过点F_2的直线l与椭圆C相交于M,N两个不同点，求$\triangle F_1MN$面积的最大值

考点：圆锥曲线

解析：

由题意可知：$F_2(c,0),A(a,0),B(0,b),\overrightarrow{F_2A}=(a-c,0),\overrightarrow{F_2B}=(-c,b)$

$$\begin{cases} e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2} \\ \overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-(a-c)\cdot c=-1 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=2 \\ b=\sqrt{3} \\ c=1 \end{cases}$$

所以，椭圆的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

由（1）知：$F_2(1,0)$，由题意可知，直线l的斜率不为0，

所以，设直线l为：$x=my+1$

由$\begin{cases} x=my+1 \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 可得：$(3m^2+4)y^2+6my-9=0$

$\Delta=36m^2-4\times(-9)\times(3m^2+4)=144m^2+144>0$

设$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则：$y_1+y_2=\dfrac{-6m}{3m^2+4},y_1y_2=\dfrac{-9}{3m^2+4}$

可得：$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{\dfrac{36m^2+36\times(3m^2+4)}{(3m^2+4)^2}}=4\sqrt{\dfrac{1}{(m^2+1)+\dfrac{1}{9(m^2+1)}+\dfrac{2}{3}}}$

又$\because m^2+1\geq 1,$当且仅当$m^2+1=1$时，$|y_1-y_2|_{\max}=3$.

$\therefore S_{\Delta F_1MN}=\dfrac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y_1-y_2|\leq\dfrac{1}{2}\times 2\times 3=3$.

故ΔF_1MN面积的最大值为3.