太原市 2017~2018 学年第一学期高二年级期末考试

数 学 试 卷 （文科）解 析

一.选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项式符合题目要求的，请将其字母标号填入下表相位置）

1.已知命题 $p:\forall x\in R,x^2\geq 0$,则 $\neg p$ 是

A. $\forall x\in R,x^2<0$　　B. $\exists x_0\in R,x_0^2\geq 0$　　C. $\forall x\in R,x^2\leq 0$　　D. $\exists x_0\in R,x_0^2<0$

答案： D

考点： 命题的否定与反命题的辨别

解析： $\forall$ 的否定是 $\exists$，$\geq$ 的否定是 $<$.

2.椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 的短轴长为

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

答案： B

考点： 椭圆的方程

解析： $b^2=16$，$b=4$，短轴 $=2b=8$

3.已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}+\cos x$ 则 $f'(0)=$

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{3}{2}$

答案： B

考点： 导函数与某点的导函数值

解析： $f'(x)=\dfrac{1}{2}-\sin x$，$f'(0)=\dfrac{1}{2}$

4.已知空间直线 a,b,c ,且 $a//b$，则“$b//c$”是“$c//a$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

答案： C

考点： 简易逻辑以及空间中的位置关系

解析： $a//b,b//c\Rightarrow a//c$，$c//a,a//b\Rightarrow b//c$，因此为充要条件

5.抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标是

A.（0,1）　　B.（1,0）　　C.（2,0）　　D.（0,2）

答案： B

考点： 抛物线的方程

解析： 因为抛物线方程为 $y^2=2px$，所以 $F\left(\frac{P}{2},0\right)=(1,0)$

6.函数 $f(x)=xe^x$ 的单调递减区间是

A.$(-\infty,1]$　　B.$[-1,+\infty)$　　C.$[1,+\infty)$　　D.$(-\infty,-1]$

答案： D

考点： 运用导数求函数的单调区间

解析： $f'(x)=(1+x)e^x$，令 $f'(x)=0$，则 $x=-1$，在 $(-\infty,-1]$ 上 $f'(x)\le 0$.

7.已知双曲线的一个顶点是(1,0)，其渐近线方程为 $y=\pm 2x$，则该双曲线的标准方程为

A. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $y^2-\frac{x^2}{4}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D. $\frac{y^2}{4}-x^2=1$

答案： A

考点： 双曲线的标准方程

解析： 因为顶点是 (1,0)，所以双曲线的焦点在 x 轴上，又因为双曲线的渐近线为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，所以 $\frac{b}{a}=2$，$b=2a$，得到 $a=1$，$b=2$.

8.已知函数 $f(x)=ax^2+2x+c$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，则实数 a 的取值范围为

A. $(-\infty,-1)$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $(1,+\infty)$

答案： A

考点： 双曲线的标准方程

解析： 因为顶点是 (1,0)，所以双曲线的焦点在 x 轴上，又因为双曲线的渐近线为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，所以 $\frac{b}{a}=2$，$b=2a$，得到 $a=1$，$b=2$.

9.已知命题“$\forall x\in[1,2], x^2-2ax+1>0$”是真命题，则实数 a 的取值范围为

A. $\left(-\infty,\frac{5}{4}\right)$　　B. $\left(\frac{5}{4},+\infty\right)$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $(1,+\infty)$

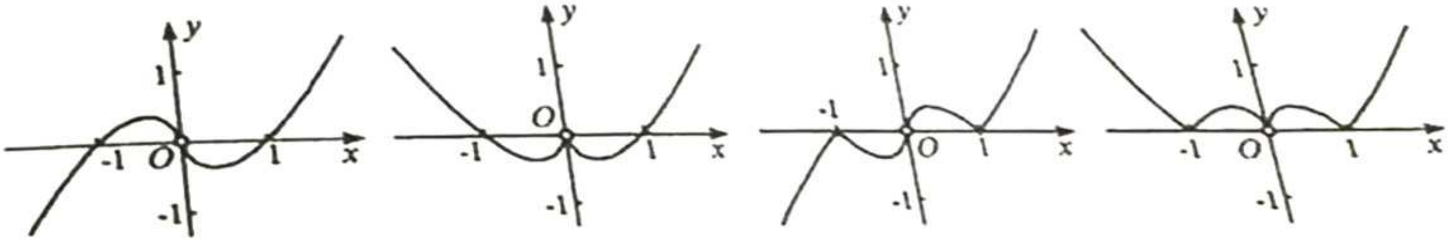
答案： C

考点： 存在性问题的含参问题

解析：由题意知 $x_0^2+1>2ax_0$ 且 $x_0\in[1,2]$，则有 $a<\dfrac{x_0^2+1}{2x_0}=\dfrac{1}{2}\left(x_0+\dfrac{1}{x_0}\right)$，由对勾函数的性质可知 $\dfrac{1}{2}\left(x_0+\dfrac{1}{x_0}\right)$ 在 $x_0\in[1,2]$ 上单调递增，所以 $\dfrac{1}{2}\left(x_0+\dfrac{1}{x_0}\right)$ 在 $x_0=2$ 时取得最大值 $\dfrac{5}{4}$

所以 $a<\dfrac{5}{4}$

10.函数 $f(x)=x\ln|x|$ 的图像大致为



A B C D

答案：A

考点：函数图像的判断

解析：因为在定义域内，$f(-x)=-f(x)$，所以此函数为奇函数，排除 B、D，对函数求导得到 $f'(x)=1+\ln x$，令 $f'(x)=1+\ln x=0$，$x=\dfrac{1}{e}$，导函数在 $\left(0,\dfrac{1}{e}\right)$ 上小于 0，在 $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$ 上大于 0，因此函数在 $x>0$ 上先减后增，所以为 A

11.已知直线 $y=kx+2$ 与双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$ 相交与 A,B 两个不同点，则实数 k 的取值范围是（　）

A. $(-\dfrac{\sqrt{7}}{2},\dfrac{\sqrt{7}}{2})$　　B. $(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})$

C. $(-\dfrac{\sqrt{7}}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$　　D. $(-\dfrac{\sqrt{7}}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2})\cup(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})\cup(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{\sqrt{7}}{2})$

答案：D

考点：直线与双曲线的位置关系

解析：渐近线的斜率分别为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 和 $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，直线是一条必过 $(0,2)$ 点的直线，因此可以认为直线是绕着 $(0,2)$ 旋转的一组直线，当直线平行与 x 轴的时候，此时斜率为 0，直线与双曲线交于两顶点；当直线逆时针旋转至平行于渐近线的过程中，直线始终与双曲线的两个半支交于两点，；当直线平行于渐近线时，仅与左半支产生交点；直线继续旋转至垂直于 x 轴

时，始终有一个交点。根据对称性同理，直线斜率为负时亦然，所以选 D

12.已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 底面 ABC，$AB\perp AC,AB=AC$，点 P 是侧面 ABB_1A_1 内的动点，点 P 到棱 AC 的距离等于到平面 BCC_1B_1 的距离，则动点 P 的轨迹是（　　）

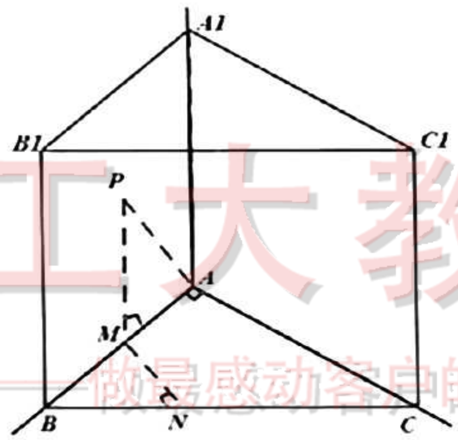
A. 抛物线的一部分　　　　B. 椭圆的一部分

C. 双曲线的一部分　　　　D. 直线的一部分

答案： B

考点： 立体几何与圆锥曲线的综合问题

解析： 过点 P 作 PM 垂直 AB，交 AB 与点 M；过点 M 作 MN 垂直 BC，交 BC 与点 N，见图.



由 $PM\perp AB$，$AA_1\perp AB$，有 $PM//AA_1$。

又 $AA_1\perp$ 平面ABC，所以 $PM\perp$ 平面ABC，即 $PM\perp AC$，

又 $AB\perp AC$，所以 $AC\perp$ 平面APM，即 $AC\perp PA$.

易证，点 P 到平面 BB_1C_1C 的距离与点 M 到平面 BB_1C_1C 的距离相等，即为 MN.

设 $|AB|=a$，$|AM|=x_0,|PM|=y_0$，即 $|PA|=\sqrt{x_0^2+y_0^2}$.

又 $\dfrac{MN}{BM}=\dfrac{AC}{BC}$，即 $\dfrac{|MN|}{a-x_0}=\dfrac{a}{\sqrt{2}a}$，$|MN|=\dfrac{a-x_0}{\sqrt{2}}$.

故，$\sqrt{x_0^2+y_0^2}=\dfrac{a-x_0}{\sqrt{2}}$，化简整理得 $\dfrac{(x_0+a)^2}{2}+y_0^2=a^2$，

故动点 P 的轨迹为椭圆.

二.填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

13. 命题“若 $x>1$，则 $x^2>1$”的否命题为______________.

答案：若 $x\le 1$，则 $x^2\le 1$

考点：命题的否定与否命题的辨析

解析：否命题要对条件和结论全否定

14. 双曲线 $x^2-3y^2=3$ 的焦点坐标为______________.

答案：$(2,0)$、$(-2,0)$

考点：双曲线方程

解析：先将双曲线化简为标准形式 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$，易得 $c^2=a^2+b^2$，所以 $c^2=4$，焦点得到 $(2,0)$、$(-2,0)$

15. 函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ 在点$(\pi,0)$处的切线方程为______________.

答案：$x+\pi y+\pi=0$

考点：导数的几何意义

解析：对函数求导得 $f'(x)=\frac{\cos xx-\sin x}{x^2}$，根据导数的几何意义得到 $k=f'(\pi)=-\frac{1}{\pi}$，则直线的方程为 $y-0=-\frac{1}{\pi}(x-\pi)$，化简得到 $x+\pi y+\pi=0$

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 相交与 A,B 两个不同点，若 $|AF|+|BF|=4|OF|$，则该双曲线的离心率是________.

答案：$\frac{\sqrt{6}}{2}$

考点：圆锥曲线综合问题

解析：设交点 A 的坐标为 (x_1,y_1)，交点 B 的坐标为 (x_2,y_2)，根据抛物线定义易得 $|AF|=y_1+\frac{p}{2}$，$|BF|=y_2+\frac{p}{2}$，则 $|AF|+|BF|=4|OF|$，推出 $y_1+y_2+p=2p$，将双曲线与抛物线方程联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\\ x^2=2py\end{cases}$ 得到 $a^2y^2-2pb^2y+a^2b^2=0$，根据韦达定理得到 $y_1+y_2=\frac{2pb^2}{a^2}$，综