太原市 2017 年高三年级模拟试题（三）

数学试卷（理工类）

第 I 卷

一、选择题：本题共 12 个小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知 i 是虚数单位，复数 z 满足 $\dfrac{z}{2+z}=i$，则复数 z 在复平面内对应的点的坐标是（　　）

A. $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$　B. $(-1,1)$　C. $(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$　D. $(1,-1)$

2. 已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x\mid x(x+2)<0\}$，$B=\{x\mid |x|\le 1\}$，则下图阴影部分表示的集合是（　　）

A. $(-2,1)$　B. $[-1,0]\cup[1,2)$　C. $(-2,-1)\cup[0,1]$　D. $[0,1]$

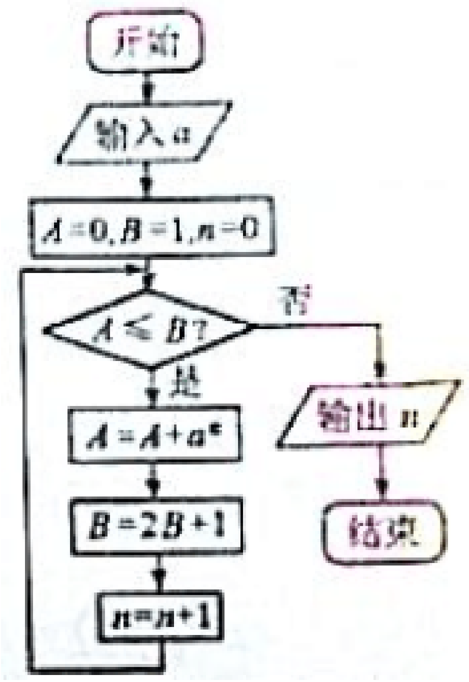
3. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$，且 $P(X\ge 4)=0.1587$，则 $P(2<X<4)=$（　　）

A. 0.6826　B. 0.3413　C. 0.4603　D. 0.9207

4. 我国古代数学名著《九章算术》的论割圆术中有："割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周盒体而无所失矣．"它体现了一种无限与有限的转化过程．比如在表达式 $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\cdots}}$ 中"，"即代表无限次重复，但原式却是个定值，它可以通过方程 $1+\dfrac{1}{x}=x$ 求得 $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$．类似上述过程，则 $\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{\cdots}}}=$（　　）

A. 3　B. $\dfrac{\sqrt{13}+1}{2}$　C. 6　D. $2\sqrt{2}$

5. 执行下面的程序框图，如果输入的 $a=3$，则输出的 $n=$（　　）



A. 2　　B. 3　　C.4　　D. 5

6. 在 ΔABC 中， $AB=3$， $AC=2$， $\angle BAC=60°$， 点 P 是 ΔABC 内一点（含边界），若 $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$， 则 $|\overrightarrow{AP}|$ 的取值范围为（　　）

A. $[2,\frac{2\sqrt{10+3\sqrt{3}}}{3}]$　　B. $[2,\frac{8}{3}]$　　C. $[0,\frac{2\sqrt{13}}{3}]$　　D. $[2,\frac{2\sqrt{13}}{3}]$

7. 已知某产品的广告费用 x（单位：万元）与销售额 y（单位：万元）具有线性关系关系，其统计数据如下表：

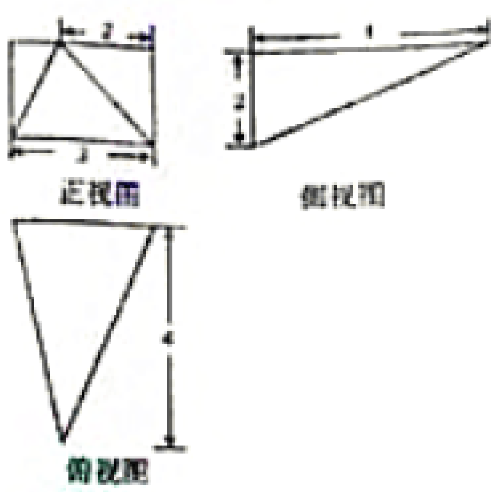
x	3	4	5	6
y	25	30	40	45

由上表可得线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，据此模型预报广告费用为 8 万元时的销售额是（　　）

A. 59.5　　B. 52.5　　C. 56　　D. 63.5

附： $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n(\bar{x})^2}$ ； $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$

8. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体中最长的棱长为（　　）



A. $3\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{21}$　　D. $2\sqrt{5}$

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，点 (n, S_n+3) $(n\in N^*)$ 在函数 $y=3\times 2^x$ 的图象上，等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n+b_{n+1}=a_n$ $(n\in N^*)$，其前 n 项和为 T_n，则下列结论正确的是（　　）

A. $S_n=2T_n$　　B. $T_n=2b_n+1$　　C. $T_n>a_n$　　D. $T_n<b_{n+1}$

10. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数，$f(x+1)$ 是奇函数，且对于任意 x_1，$x_2\in[0,1]$，且 $x_1\neq x_2$，都有 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$，设 $a=f(\frac{82}{11})$，$b=-f(\frac{50}{9})$，$c=f(\frac{24}{7})$，则下列结论正确的是（　　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $b>c>a$

D. $c>a>b$

11. 已知实数 x，y 满足条件 $\begin{cases}4x-y-8\le 0,\\2x-3y+6\ge 0,\\x+y-2\ge 0,\end{cases}$ 若 $x^2+2y^2\ge m$ 恒成立，则实数 m 的最大值为（　　）

A. 5　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\frac{8}{3}$

12. 已知点 P 在抛物线 $y^2=x$ 上，点 Q 在圆 $(x+\frac{1}{2})^2+(y-4)^2=1$ 上，则 $|PQ|$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}-1$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}-1$　　C. $2\sqrt{3}-1$　　D. $\sqrt{10}-1$

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

本卷包括必考题和选考题两部分，第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题、第 23 题为选考题，考生根据要求作答．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 若采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率．先由计算器给出 0 到 9 之间取整数的随机数，指定 0，1，2，3 表示没有击中目标，4，5，6，7，8，9 表示击中目标，以 4 个随机数为一组，代表射击 4 次的结果，经随机模拟产生了 20 组如下的随机数：

7327　0293　7140　9857　0347　4373　8636　6947　1417　4698

0371　6233　2616　8045　6011　3661　9597　7424　7610　4281

根据以上数据估计该运动员射击 4 次至少击中 3 次的概率为 ________.

14. $\int_{-1}^{2}(\sqrt{1-x^2}+\sin x)dx=$__________.

15. 在 ΔABC 中，$AB=2$，$AC=3$，$\angle BAC=90°$，点 D 在 AB 上，点 E 在 CD 上，且 $\angle ACB=\angle DE=\angle DEB$，则 $DC=$__________.

16. 已知过点 $A(-2,0)$ 的直线与 $x=2$ 相交于点 C，过点 $B(2,0)$ 的直线与 $x=-2$ 相交于点 D，若直线 CD 与圆 $x^2+y^2=4$ 相切，则直线 AC 与 BD 的交点 M 的轨迹方程为_____.______

三、解答题：本大题共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤 .

17. 已知 $m=(\sqrt{3}\sin\frac{x}{3},\cos\frac{x}{3})$，$n=(\cos\frac{x}{3},\cos\frac{x}{3})$ $f(x)=m\cdot n$.

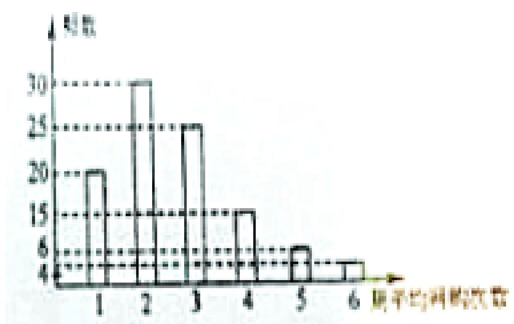
（1）若函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间；

（2）若 a，b，c 分别是 ΔABC 分内角 A，B，C 所对的边，且 $a=2$，$(2a-b)\cos C=c\cos B$，$f(A)=\frac{3}{2}$，求 c.

18. 网购是当前民众购物的新方式，某公司为改进营销方式，随机调查了 100 名市民，统计其周平均网购的次数，并整理得到如下的频数分布直方图 . 这 100 名市民中，年龄不超过 40 岁的有 65 人将所抽样本中周平均网购次数不小于 4 次的市民称为网购迷，且已知其中有 5 名市民的年龄超过 40 岁 .

（1）根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为网购迷与年龄不超过 40 岁有关？

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁			
年龄超过 40 岁			
合计			

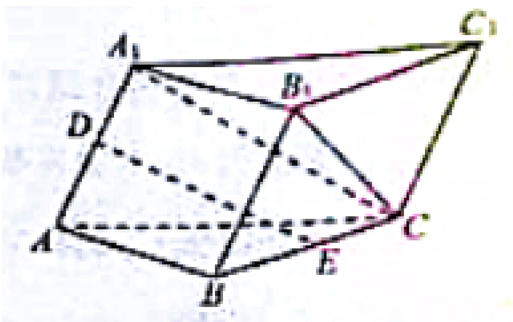


（2）若从网购迷中任意选取 2 名，求其中年龄丑啊过 40 岁的市民人数 ξ 的分布列与期望 .

附：$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$；

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0．10	0.05	0.01
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635

19. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $ACC_1A_1 \perp$ 底面 ABC，$\angle A_1AC=60°$，$AC=2AA_1=4$，点 D，E 分别是 AA_1，BC 的中点．



（1）证明：$DE//$ 平面 A_1B_1C；

（2）若 $AB=2$，$\angle BAC=60°$，求直线 DE 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值．

20. 已知动点 C 到点 $F(1,0)$ 的距离比到直线 $x=-2$ 的距离小 1，动点 C 的轨迹为 E．

（1）求曲线 E 的方程；

（2）若直线 $l: y=kx+m(km<0)$ 与曲线 E 相交于 A，B 两个不同点，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=5$，证明：直线 l 经过一个定点．

21. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+1$，$g(x)=2a\ln(x-1)\ (a\in R)$．

（1）求函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 的极值；

（2）当 $a>0$ 时，若存在实数 k，m 使得不等式 $g(x)\leq kx+m\leq f(x)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围．

请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请在答题卡上把所选题目对应题号后的方框涂黑．

22. 选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\varphi, \\ y=2\sin\varphi \end{cases}$（$\varphi$ 为参数）．以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$．

（1）求曲线 C_1 普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）已知曲线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha(0<\alpha<\pi,\rho\in R)$，点 A 是曲线 C_3 与 C_1 的交点，点 B 是曲线 C_3 与 C_2 的交点，且 A，B 均异于原点 O，且 $|AB|=4\sqrt{2}$，求实数 α 的值.

23. 选修 4-5：不等式选讲.

已知函数 $f(x)=2|x+a|+|x-\frac{1}{a}|\ (a\neq 0)$.

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)<4$；

（2）求函数 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 的最小值.

太原市 2017 年高三年级模拟试题（三）

数学（理）参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1-5:BCAAC　6-10:DABDB　11、12：DA

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13.0.4　14. $\frac{\pi}{2}$　15. $\frac{13}{4}$　16. $\frac{x^2}{4}+y^2=1(y\neq 0)$

三、解答题（本大题共 70 分）

17. 解：（1）∵ $f(x)=m\cdot n=\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3}+\cos^2\frac{x}{3}$，

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}(\cos\frac{2x}{3}+1)=\sin(\frac{2x}{3}+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2},$$

∴ $f(x)$ 的最小正周期为 3π，

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\frac{2x}{3}+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，则 $-\pi+3k\pi\le x\le\frac{\pi}{2}+3k\pi$，

∴ $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\pi+3k\pi,\frac{\pi}{2}+3k\pi]\ (k\in Z)$；

（2）∵ $(2a-b)\cos C=c\cos B$，∴ $2\sin A\cos C=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin A$，

∵ $0<A<\pi$，∴ $\sin A>0$，∴ $\cos C=\frac{1}{2}$，∴ $C=\frac{\pi}{3}$，

$\therefore\ f(A)=\sin(\frac{2A}{3}+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，$\therefore\ \sin(\frac{2A}{3}+\frac{\pi}{6})=1$，

$\therefore\ \frac{2A}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，$\therefore\ A=\frac{\pi}{2}$，

$\therefore\ c=a\sin C=2\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$.

18. 解：（1）由题意可得列联表如下：

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁	20	45	65
年龄超过 40 岁	5	30	35
合计	25	75	100

假设网购迷与年龄不超过 40 岁没有关系，

则 $k=\frac{100\times(20\times30-45\times5)^2}{65\times35\times25\times75}\approx3.297>2.706$.

所以可以在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为网购迷与年龄不超过 40 岁有关；

（2）由频率分布直方图可知，网购迷共有 25 名，由题意得年龄超过 40 的市民人数 ξ 的所有取值为 0，1，2，

$P(\xi=0)=\frac{C_{20}^2}{C_{25}^2}=\frac{19}{30}$，$P(\xi=1)=\frac{C_{20}^1C_5^1}{C_{25}^2}=\frac{1}{3}$，$P(\xi=2)=\frac{C_5^2}{C_{25}^2}=\frac{1}{30}$，

$\therefore$ ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{19}{30}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{30}$

$\therefore\ E\xi=0\times\frac{19}{30}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{30}=\frac{2}{5}$.

19. 解：（1）证明：取 AC 的中点 F，连接 DF，EF，

$\because$ E 是 BC 的中点，$\therefore$ $EF//AB$，

$\because$ $ABC-A_1B_1C_1$ 是三棱柱，$\therefore$ $AB//A_1B_1$，

$\therefore$ $EF//A_1B_1$，$\therefore$ $EF//$ 平面 A_1B_1C，

$\because$ D 是 AA_1 的中点，$\therefore$ $DF//A_1C$，$\therefore$ $DF//$ 平面 A_1B_1C，