学校______ 班级______ 姓名______ 测评编号______

密封线内不要答题

太原市 2015 ~ 2016 学年第一学期高二年级期末考试

数学试卷(文科)

(考试时间：上午 8：00——9：30)

说明：本试卷为闭卷笔答，答题时间 90 分钟，满分 100 分.

题号	一	二	三					总分
			17	18	19	20	21	
得分								

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分. 在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求，请将其字母标号填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

1. 命题“若 $a=0$，则 $ab=0$”的逆否命题是

A. 若 $ab=0$，则 $a=0$　　B. 若 $a\neq0$，则 $ab\neq0$

C. 若 $ab\neq0$，则 $a\neq0$　　D. 若 $a=0$，则 $ab\neq0$

2. 椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的长轴长为

A. 6　　B. 9

C. $2\sqrt{5}$　　D. 4

3. 已知函数 $f(x)=x^2+\sin x$，则 $f'(0)=$

A. 0　　B. -1

C. 1　　D. 3

4. “$a>1$”是“$a^2>1$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5.双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程是

A. $y=\pm\frac{1}{4}x$

B. $y=\pm\frac{1}{2}x$

C. $y=\pm 4x$

D. $y=\pm 2x$

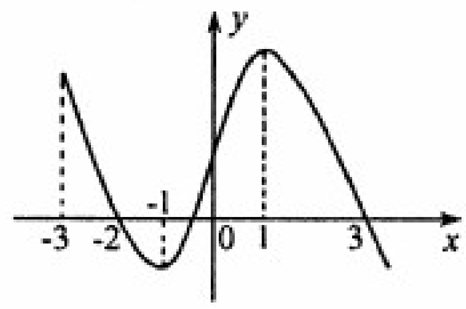
6.已知$y=f(x)$的导函数$f'(x)$的图象如图所示,则下列结论正确的是

A. $f(x)$在$(-3,-1)$上先增后减

B. $x=-2$是函数$f(x)$极小值点

C. $f(x)$在$(-1,1)$上是增函数

D. $x=1$是函数$f(x)$极大值点



7.已知双曲线的离心率$e=\frac{5}{3}$,点$(0,5)$为其一个焦点,则该双曲线的标准方程为

A. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$

B. $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{25}=1$

C. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

D. $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$

8.函数$f(x)=x\ln x$的单调递减区间为

A. $(-\infty,\frac{1}{e})$

B. $(0,\frac{1}{e})$

C. $(-\infty,e)$

D. $(e,+\infty)$

9.若方程$\frac{x^2}{3-m}+\frac{y^2}{m-1}=1$表示焦点在$y$轴上的椭圆,则实数$m$的取值范围为

A. $(-\infty,1)$

B. $(1,2)$

C. $(2,3)$

D. $(3,+\infty)$

10.已知命题p:$\forall x\in(0,+\infty)$,$2^x>3^x$,命题q:$\exists x_0\in(0,+\infty)$,$x_0^2>x_0^3$,则下列命题中的真命题是

A. $p\wedge q$

B. $p\vee(\neg q)$

C. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

D. $(\neg p)\wedge q$

11.设$f(x)$,$g(x)$分别是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数和偶函数,当$x>0$时,$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)<0$,$g(3)=0$,则不等式$f(x)g(x)>0$的解集是

A. $(-3,0)\cup(3,+\infty)$

B. $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

C. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

D. $(-3,0)\cup(0,3)$

12. 过点 $M(2,-1)$ 作斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 相交于 A,B 两个不同点，若 M 是 AB 的中点，则该椭圆的离心率 $e=$

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

二、填空题(每小题 4 分，共 16 分，把答案填在横线上)

13. 抛物线 $x^2=4y$ 的焦点坐标为__________.

14. 已知命题 p：$\exists x_0\in \mathbf{R}, 3^{x_0}=5$，则 $\neg p$ 为__________.

15. 已知曲线 $f(x)=xe^x$ 在点 $P(x_0,f(x_0))$ 处的切线与直线 $y=x+1$ 平行，则点 P 的坐标为__________.

16. 已知 $f(x)=ax^3+3x^2-1$ 存在唯一的零点 x_0，且 $x_0<0$，则实数 a 的取值范围是__________.

三、解答题(本大题共5小题,共48分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分8分)

已知命题 p:函数 $y=kx$ 是增函数,q:方程 $\frac{x^2}{k}+y^2=1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆,若 $p\land(\neg q)$ 为真命题,求实数 k 的取值范围.

18.(本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x)=2x^3-6x^2+m$ 在$[-2,2]$上的最大值为 3,求 $f(x)$ 在$[-2,2]$上的最小值.

密 封 线 内 不 要 答 题

19.（本小题满分 10 分）

已知点 $P(1,-2)$ 在抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上.

(1) 求抛物线 C 的方程及其准线方程;

(2) 若过抛物线 C 焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 相交于 A,B 两个不同点,求 $|AB|$ 的最小值.

20.(本小题满分 10 分)说明:请考生在(A),(B)两个小题中任选一题作答.

(A) 已知函数 $f(x)=x-\frac{2a-1}{x}-2a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得极值,求实数 a 的值;

(2) 求证:当 $a\leqslant 1$ 时,不等式 $f(x)\geqslant 0$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立.

(B) 已知函数 $f(x)=x-\frac{2a-1}{x}-2a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得极值,求实数 a 的值;

(2) 若不等式 $f(x)\geqslant 0$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

21.(本小题满分 10 分)说明:请考生在(A),(B)两个小题中任选一题解答.

(A)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$,点 $P(-\sqrt{2},1)$ 在该椭圆上.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若点 A,B 是椭圆 C 上关于直线 $y=kx+1$ 对称的两点,求实数 k 的取值范围.

(B)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$,原点到直线 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若点 A,B 是椭圆 C 上关于直线 $y=kx+1$ 对称的两点,求实数 k 的取值范围.

密封线内不要答题

太原市 2015 ～ 2016 学年第一学期高二年级期末考试

数学(文科)测评参考答案及评分意见

一、选择题(每小题 3 分,共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	C	A	B	A	D	B	C	D	B	C

二、填空题(每小题 4 分,共 16 分)

13. $(0,1)$　14. $\forall x \in \mathbf{R}, 3^x \neq 5$　15. $(0,0)$　16. $(-\infty, -2)$

三、解答题(本大题共 5 小题,共 48 分)

17.(本小题满分 8 分)

解：∵ 函数 $y = kx$ 是增函数，∴ p：$k > 0$，……2 分

∵ 方程 $\frac{x^2}{k} + y^2 = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆，∴ q：$k > 1$，……4 分

∵ $p \wedge (\neg q)$ 真命题，∴ p 为真命题，q 为假命题，……6 分

∴ $0 < k \leqslant 1$，∴ 实数 k 的取值范围是$(0,1]$. ……8 分

18.(本小题满分 10 分)

解:由题意得 $f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$，……3 分

令 $f'(x) > 0$,则 $-2 < x < 0$;令 $f'(x) < 0$,则 $0 < x < 2$;

∴ $f(x)$ 在$(-2,0)$ 上单调递增;在$(0,2)$ 上单调递减，……5 分

∴ $f(x)_{\max} = f(0) = m = 3$，∴ $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3$，……7 分

∵ $f(-2) = -37$，$f(2) = -5$，

∴ $f(x)_{\min} = f(-2) = -37$. ……10 分

19.(本小题满分 10 分)

解:(1) 由题意得$(-2)^2 = 2p$,∴ $p = 2$，……2 分

∴ 抛物线 C 的方程为 $y^2 = 4x$,其准线方程为 $x = -1$;……4 分

(2) 由(1) 得点 F 的坐标为$(1,0)$,设 A,B 的坐标分别为(x_1,y_1),(x_2,y_2)，……5 分

① 当直线 l 的斜率 k 存在时,可设其方程为 $y = k(x-1)(k \neq 0)$，

则 A,B 的坐标是方程组 $\begin{cases} y = k(x-1), \\ y^2 = 4x \end{cases}$ 的两组解，

∴ $k^2x^2 - (2k^2+4)x + k^2 = 0$，$x_1 + x_2 = 2 + \frac{4}{k^2}$，……7 分

∴ $|AB| = |AF| + |FB| = x_1 + x_2 + p = 4 + \frac{4}{k^2}$，……8 分

② 当直线 l 的斜率 k 不存在时，则其方程为 $x=1$，此时 $|AB|=4$，

$\because 4+\frac{4}{k^2}>4$，$\therefore |AB|$ 的最小值为 4. ………………………… 10 分

20.（本小题满分 10 分）说明：请考生在(A)，(B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 解：(1) 由题意得函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$\because f(x)=x-\frac{2a-1}{x}-2a\ln x$，$\therefore f'(x)=1+\frac{2a-1}{x^2}-\frac{2a}{x}$， ………… 3 分

$\therefore f'(\frac{1}{2})=1+4(2a-1)-4a=0$，$\therefore a=\frac{3}{4}$， ………… 4 分

当 $a=\frac{3}{4}$ 时，$f'(x)=1+\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{2x}=\frac{(x-1)(2x-1)}{2x^2}$，

$\therefore$ 当 $0<x<\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$，当 $\frac{1}{2}<x<1$ 时，$f'(x)<0$；

$\therefore f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得极值，$\therefore a=\frac{3}{4}$； ………… 5 分

(2) 由(1) 得 $f'(x)=1+\frac{2a-1}{x^2}-\frac{2a}{x}=\frac{(x-1)[x-(2a-1)]}{x^2}$， ………… 6 分

当 $a\leqslant 1$ 时，则 $2a-1\leqslant 1$，$\therefore f'(x)>0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立， ………… 8 分

$\therefore f(x)\geqslant f(1)=2(1-a)\geqslant 0$. ………… 10 分

(B) 解：(1) 由题意得函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$\because f(x)=x-\frac{2a-1}{x}-2a\ln x$，$\therefore f'(x)=1+\frac{2a-1}{x^2}-\frac{2a}{x}$， ………… 3 分

$\therefore f'(\frac{1}{2})=1+4(2a-1)-4a=0$，$\therefore a=\frac{3}{4}$， ………… 4 分

当 $a=\frac{3}{4}$ 时，$f'(x)=1+\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{2x}=\frac{(x-1)(2x-1)}{2x^2}$，

$\therefore$ 当 $0<x<\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$，当 $\frac{1}{2}<x<1$ 时，$f'(x)<0$；

$\therefore f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得极值，$\therefore a=\frac{3}{4}$； ………… 5 分

(2) 由(1) 得 $f'(x)=1+\frac{2a-1}{x^2}-\frac{2a}{x}=\frac{(x-1)[x-(2a-1)]}{x^2}$， ………… 6 分

① 当 $2a-1\leqslant 1$ 时，即当 $a\leqslant 1$ 时，$f'(x)>0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，

$\therefore f(x)\geqslant f(1)=2(1-a)\geqslant 0$，$\therefore a\leqslant 1$ 符合题意； ………… 7 分

② 当 $2a-1>1$ 时，即当 $a>1$ 时，

令 $f'(x)>0$，则 $0<x<1$ 或 $x>2a-1$；令 $f'(x)<0$，则 $1<x<2a-1$；

$\therefore f(x)$ 在 $(1,2a-1)$ 单调递减，在 $(2a-1,+\infty)$ 单调递增，

$\therefore f(2a-1)<f(1)=2(1-a)<0$，$\therefore a>1$ 不符合题意； ………… 9 分

综上，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,1]$. ………… 10 分

21.(本小题满分 10 分)说明:请考生在(A),(B)两个小题中任选一题作答.

解:(1)由题意得$\begin{cases} e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \\ \dfrac{2}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1, \\ a^2=b^2+c^2, \end{cases}$ ………………………… 2 分

$\therefore \begin{cases} a=2, \\ b=\sqrt{2}, \end{cases}$ $\therefore$ 椭圆 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$; ………………………… 4 分

(2)由题意可知 $k\neq 0$,设直线 AB 的方程为 $y=-\dfrac{1}{k}x+m$,点 A,B 坐标分别为 (x_1,y_1),

(x_2,y_2),则点 A,B 坐标是方程组$\begin{cases} y=-\dfrac{1}{k}x+m, \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$ 的两组解,

$\therefore (k^2+2)x^2-4kmx+2k^2(m^2-2)=0$,

$\therefore \begin{cases} \Delta=16k^2m^2-8k^2(k^2+2)(m^2-2)>0, \\ x_1+x_2=\dfrac{4km}{k^2+2}, \end{cases}$ ………………………… 6 分

设点 $M(x_0,y_0)$ 是 AB 的中点,则$\begin{cases} x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{2km}{k^2+2}, \\ y_0=\dfrac{k^2m}{k^2+2}, \end{cases}$

$\therefore \dfrac{k^2m}{k^2+2}=\dfrac{2k^2m}{k^2+2}+1$, $\therefore m=-\dfrac{2}{k^2}-1$, ………………………… 8 分

由 $\Delta>0$ 得 $m^2<2+\dfrac{4}{k^2}$, ………………………… 9 分

$\therefore k<-\sqrt{2}$ 或 $k>\sqrt{2}$, $\therefore$ 实数 k 的取值范围为 $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$. ……10 分

(B)解:(1)由题意得原点到直线$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 的距离 $d=\dfrac{|ab|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$,

$\because e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, a^2=b^2+c^2$, ………………………… 2 分

$\therefore \begin{cases} a=2, \\ b=\sqrt{2}, \end{cases}$ $\therefore$ 椭圆 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$; ………………………… 4 分

(2)同 A(2)