太原市2016-2017学年第一学期高三年级期末考试

数学试卷（理科）

（考试时间：上午7:30-9:30）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1.已知$A=\{x\in N|x\le 1\}$，$B=\{x\in R|-1\le x\le 2\}$，则$A\cap B=$（　　）

A.$\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$　　C.$[-1,1]$　　D. $\{1\}$

答案：A
考点：集合的运算
解析：$A\cap B=\{x\in N|-1\le x\le 1\}=\{0,1\}$，故A正确.

2.设复数$z=1+2i$，则$\dfrac{z^2}{|z^2|}=$

A.$\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$　　B. $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$　　C. $1+\frac{4}{5}i$　　D. 1

答案：B
考点：复数的乘法运算，复数的模
解析：$z^2=(1+2i)^2=-3+4i$，$\lvert z^2\rvert=\sqrt{(-3)^2+(4)^2}=5$，$\dfrac{z^2}{\lvert z^2\rvert}=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$，B正确.

3.给出下列命题：

①若数列$\{a_n\}$是等差数列，S_n为其前n项和，则S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$是等差数列；

②若数列$\{a_n\}$是等比数列，S_n为其前n项和，则S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$是等比数列；

③若数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为等差数列，则数列$\{a_n+b_n\}$为等差数列；

④若数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为等比数列，则数列$\{a_nb_n\}$为等比数列.

其中真命题的个数为

A.1　　B. 2　　C.3　　D. 4

答案：C
考点：等差、等比数列
解析：①由 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，得：$S_{2n}-S_n=a_{n+1}+a_{n+2}+\cdots+a_{2n}$，$S_{3n}-S_{2n}=a_{2n+1}+a_{2n+2}+\cdots+a_{3n}$，则 S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$ 是首项为 S_n，公差为 n^2d 的等差数列；②若数列为摆动数列 $\{-1,1,-1,1\cdots\}$ 时，S_n 可能为 0，不构成等比数列；③设 $a_n=a_1+(n-1)d_1$，$b_n=b_1+(n-1)d_2$，则 $a_n+b_n=(a_1+b_1)+(n-1)(d_1+d_2)$，故数列 $\{a_n+b_n\}$ 是首项为 a_1+b_1，公差为 d_1+d_2 的等差数列；④设 $a_n=a_1\cdot q_1^{\ n-1}$，$b_n=b_1\cdot q_2^{\ n-1}$，则 $a_nb_n=(a_1b_1)(q_1q_2)^{n-1}$，故数列 $\{a_n\cdot b_n\}$ 是首项为 a_1b_1，公比为 q_1q_2 的等比数列.故①③④正确，答案为 C.

4.设 α,β 为两个不同的平面，l 为直线，则下列结论正确的是（　　）

A. $l//\alpha,\alpha\perp\beta\Rightarrow l\perp\alpha$　　B. $l\perp\alpha,\alpha\perp\beta\Rightarrow l//\alpha$

C. $l//\alpha,\alpha//\beta\Rightarrow l//\beta$　　D. $l\perp\alpha,\alpha//\beta\Rightarrow l\perp\beta$

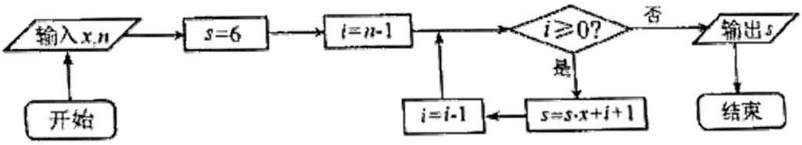
答案：D
考点：线面、面面垂直与平行
解析：A 选项中如果 l 刚好平行于 $\alpha\perp\beta$ 的交线时，此时有 $l//\alpha$，B、C 选项中直线都有可能落在 α 或 β 面上，所以排除，故选 D.

5.已知 $\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=0$，则 $\tan 2\alpha=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D $-\sqrt{3}$

答案：C
考点：同角三角关系及正切倍角公式的应用
解析：由已知得 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\sqrt{3}$，且 $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\sqrt{3}$，故选 C

6.执行如图所示的程序框图，输入 $x=-1, n=5$，则输出 $s=$（　　）



A. -2　　　B. -3　　　C. 4　　　D. 3

答案：B

考点：程序框图

解析：$i=4$ 时，$s=-1$；$i=3$ 时，$s=5$；$i=2$ 时，$s=-2$；$i=1$ 时，$s=4$；$i=0$ 时，$s=-3$；退出循环，故答案选 B.

7.如图是一个棱锥的正视图和侧视图，则该棱锥的俯视图不可能是

正视图　　　侧视图

A　　　B　　　C　　　D

答案：C

考点：空间几何体三视图

解析：若为三棱锥，由其正视图和俯视图可知，其底面在下方为直角三角形，易知 A，B，
D 是可能的。若为四棱锥，其底面在下方且为正方形，C 对角线的位置错误，选 C.

8.将函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2 x$ 图像上点的纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，再沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图像，则 $y=g(x)$ 的一个单调递增区间是

A. $[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$　　B. $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　　C. $[-\frac{\pi}{12},\frac{4\pi}{3}]$　　D. $[-\frac{\pi}{4},0]$

答案：A
考点：三角恒等变换以及三角函数的图象与性质
解析：$f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2 x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}=\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$ 纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，$\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$ 变为 $\sin(x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$，沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，变为 $\sin(x-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\sin(x-\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$. 所以 $y=g(x)=\sin(x-\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$. 令 $x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi]$，解得 $x\in[-\frac{\pi}{6}+2k\pi,\frac{5\pi}{6}+2k\pi]$，取 $k=0$ 得答案 A.

9.在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，E 是线段 OD 的中点，AE 的延长线与 CD 相交于点 F，则 $\overrightarrow{AF}=$

A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$　B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$　C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$　D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$

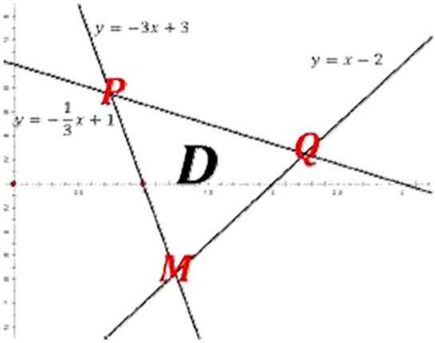
答案：D
考点：平面向量
解析：在平行四边形 $ABCD$ 中，所以 $\frac{DE}{EB}=\frac{DF}{AB}=\frac{1}{3}$，又因为 $AB=CD$ 可得 $\frac{DF}{DC}=\frac{1}{3}$，所以 $\overrightarrow{DF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$；$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$，所以 $\overrightarrow{DF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$； 又 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$； 所以 $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$. 选 D.

10. 已知平面区域 $D=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}3x+y\geq 3\\x-y\leq 2\\x+3y\leq 3\end{cases}\right\}$，$z=3x-2y$，若命题"$\exists(x_0,y_0)\in D,z>m$"为假命题，则实数 m 的最小值（）.

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{7}{4}$　　C. $\frac{21}{4}$　　D. $\frac{25}{4}$

答案：D
考点：线性规划与命题综合

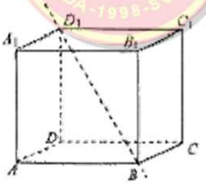
解析：



由题意可得，命题“$\forall(x_0,y_0)\in D, z\le m$”为真命题，如图所示，作出平面区域 D.

由 $z=3x-2y$ 可得，当直线 $y=\frac{3}{2}x-\frac{z}{2}$ 过点 $Q\left(\frac{9}{4},\frac{1}{4}\right)$ 时，z 有最大值，则 m 的最小值为 $\frac{25}{4}$

11．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 绕其体对角线 BD_1 旋转θ之后与其自身重合，则θ的值可以是



A $\frac{5\pi}{6}$　　B $\frac{3\pi}{4}$　　C $\frac{2\pi}{3}$　　D $\frac{3\pi}{5}$

答案：C

考点：空间旋转体

解析：如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，对角线 BD_1 垂直于平面 AB_1C，且 AB_1C 为等边三角形，由此可知：正方体绕对角线至少 120°才能与原正方体重合.

12.已知 $f(x)=\begin{cases}e^x+ax^2, x>0\\ \frac{1}{e^x}+ax^2, x<0\end{cases}$，若函数 $f(x)$ 有四个零点，则实数 a 的取值范围为（）

A. $(-\infty,-e)$　B. $\left(-\infty,-\frac{e^2}{4}\right)$　C. $\left(-\infty,-\frac{e^3}{9}\right)$　D. $\left(-\infty,-\frac{e^4}{16}\right)$

答案：B
考点：分段函数；函数零点
解析：由于函数 $f(x)$ 是偶函数，可知要使 $f(x)$ 有四个零点，只需要 $e^x+ax^2=0$ 有两个正根，而 $e^x+ax^2=0$ 有两个正根等价于 $-\frac{e^x}{x^2}=a$ 有两个正根，可设 $g(x)=-\frac{e^x}{x^2}$ $g'(x)=-\frac{e^xx^2-2xe^x}{x^4}=-\frac{e^x(x^2-2x)}{x^4}$ 令 $g'(x)>0$，得 $x\in(2,+\infty)$，可知 $g(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递减. 令 $g'(x)<0$，得 $x\in(0,2)$，可知 $g(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递增. 可知 $g(x)$ 在 $x=2$ 时取到最小值 $g(2)=-\frac{e^2}{4}$. 所以要使 $-\frac{e^x}{x^2}=a$ 有两个正根，也就是要 $y=-\frac{e^x}{x^2}$ 和 $y=a$ 有两个交点. 故 $x\in\left(-\infty,-\frac{e^2}{4}\right)$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 数据 0.7，1，0.8，0.9，1.1 的方差是________.

答案：0.02
考点：方差的计算
解析：这组数据的平均数为 0.9， $s^2=\frac{1}{5}[(0.7-0.9)^2+(1-0.9)^2+(0.8-0.9)^2+(0.9-0.9)^2+(1.1-0.9)^2]=0.02$.

14.七名同学站成一排照相，其中甲乙两人相邻，且丙丁两人不相邻的不同排法总数为________

答案：960
考点：排列组合

解析：因为甲乙两人相邻，将甲乙两人捆绑，看作一个人，有A_2^2种方法，先不考虑丙丁两个人，剩余五个人，甲乙两人看作一个人，只剩四个人，有A_4^4种方法，四个人会有五个空，将丙丁两人插入五个空中，有A_5^2种方法。因此共有$A_5^2\cdot A_2^2\cdot A_4^4=960$种方法

15.已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2a_n-2^n+1\left(n\in N^*\right)$，则其通项公式$a_n=$________.

答案：$n\cdot 2^{n-1}$
考点：数列的转化与变形求通项公式
解析：①$n=1$时，$a_1=2a_1-2+1$，则$a_1=1$； ②$n\geq 2$时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-2^{n-1}+1$，$S_n-S_{n-1}=2a_n-2^n+1-(2a_{n-1}-2^{n-1}+1)$，则可得 $a_n=2a_{n-1}+2^{n-1}$，即$\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{a_n}{2^n}=1+(n-2)\cdot\dfrac{1}{2}$，所以$a_n=n\cdot 2^{n-1}$ 由①②可得，通项公式$a_n=n\cdot 2^{n-1}$

16.已知a,b,c分别是$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边，BC边上的高为$\dfrac{a}{2}$，则$\dfrac{c}{b}$的最大值为________.

答案：$\sqrt{5}$
考点：解三角形中的最值
解：当BC边上的高与b重合时取得最大值，此时$Rt\triangle ABC$，$c^2=a^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$，可得答案.

三、解答题

17.(本小题满分12分)已知数列$\{a_n\}$是首项为1的单调递增等比数列，且满足$a_3,\dfrac{5}{3}a_4,a_5$成等差数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2) 若$b_n=\log_3\left(a_na_{n+1}\right)\left(n\in N^*\right)$，求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前$n$项和$S_n$.

考点：等比数列与等差数列
解析：