



# 山西大学附中

## 2017~2018 学年第一学期高一期中考试

### 数学试题

考试时间: 90 分钟 考查内容: 必修 1 第一章、第二章 命题人: 考试评价中心

一. 选择题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中只有一个选项符合题目要求.)

1. 设集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $C = \{2, 3, 4\}$ , 则  $(A \cap B) \cup C = ( )$

- A.  $\{1, 2, 3\}$
- B.  $\{1, 2, 4\}$
- C.  $\{2, 3, 4\}$
- D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

【答案】D

【考点】集合的运算

2. 若全集  $U = \{0, 1, 2, 3\}$  且  $\complement_U A = \{2\}$ , 则集合  $A$  的真子集共有 ( )

- A. 3 个
- B. 5 个
- C. 7 个
- D. 8 个

【答案】C

【考点】子集个数问题

3. 与函数  $y = x$  是同一函数的是 ( )

- A.  $y = \frac{x^2}{x}$
- B.  $y = \sqrt[3]{x^3}$
- C.  $y = (\sqrt{x})^2$
- D.  $y = \sqrt{x^2}$

【答案】B

【考点】相同函数

【解析】相同函数先判断定义域, 再判断对应关系.

4. 下列函数中, 既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  上递增的函数是 ( )

- A.  $y = x^3$
- B.  $y = |\log_2 x|$
- C.  $y = |x|$
- D.  $y = -x^2$

【答案】C

【考点】奇偶性与单调性综合

【解析】先判断选项中的偶函数, 再确定偶函数的单调区间.  $y = |x|$  关于  $y$  轴对称, 且在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 所以 C 选项正确.

5. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 当  $x \leq 0$  时,  $f(x) = 2x^2 - x$ , 则  $f(1) = ( )$

- A. -3
- B. -1
- C. 1
- D. 3

【答案】A



【考点】奇偶性

【解析】奇函数  $f(x) = -f(-x)$ ,  $f(1) = -f(-1) = -3$ .

6. 已知  $f(x-1) = x^2 + 4x - 5$ , 则  $f(x)$  的表达式是 ( )

- A.  $x^2 + 6x$
- B.  $x^2 + 8x + 7$
- C.  $x^2 + 2x - 3$
- D.  $x^2 + 6x - 10$

【答案】A

【考点】求函数解析式

【解析】换元法求函数解析式. 令  $t = x - 1$ , 则  $x = t + 1$ ,  $f(t) = (t+1)^2 + 4(t+1) - 5$ ,  $f(t) = t^2 + 6t$ ,

$$\therefore f(x) = x^2 + 6x.$$

7. 若函数  $y = f(3-2x)$  的定义域为  $[-1, 2]$ , 则函数  $y = f(x)$  的定义域是 ( )

- A.  $[-\frac{5}{2}, -1]$
- B.  $[-1, 2]$
- C.  $[-1, 5]$
- D.  $[\frac{1}{2}, 2]$

【答案】C

【考点】抽象函数定义域问题

【解析】 $\because y = f(3-2x)$  的定义域为  $[-1, 2]$ ,  $\therefore 3-2x \in [-1, 5]$   $\therefore f(x)$  的定义域为  $[-1, 5]$ .

8. 已知  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x)$  的单调递增区间是 ( )

- A.  $(1, +\infty)$
- B.  $(2, +\infty)$
- C.  $(-\infty, 0)$
- D.  $(-\infty, 1)$

【答案】C

【考点】复合函数单调性

【解析】 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x)$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ , 由复合函数单调性同增异减可知, 函数整体单调

递增, 当外层函数单调递减时, 内层函数也需要单调递减. 由题易求得函数在  $(-\infty, 0)$  上单调递增.

9. 函数  $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ , 若  $f(a) = 3$ , 则  $f(2a)$  等于 ( )

- A. 5
- B. 7
- C. 9
- D. 11

【答案】B

【考点】具体函数求值, 知二求二

【解析】 $f(a) = 2^a + 2^{-a} = 3$ ,  $f(2a) = 2^{2a} + 2^{-2a}$ ,

$$(2^a + 2^{-a})^2 = 2^{2a} + 2^{-2a} + 2, \therefore f(2a) = 2^{2a} + 2^{-2a} = (2^a + 2^{-a})^2 - 2 = 7.$$



10. 已知  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m}$  是幂函数, 且在  $(0, 1)$  上递增, 则实数  $m =$  ( )

- A. 2                      B. 3                      C. 0                      D. -1

【答案】D

【考点】幂函数

【解析】幂函数的系数只能为 1,  $m^2 - m - 1 = 1$ ,  $m = -1$  或  $2$ . 因为  $f(x)$  在  $(0, 1)$  上递增, 所以  $m^2 - 2m > 0$ ,  $\therefore m = -1$ .

11. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数, 且在区间  $[0, +\infty)$  上单调递增, 若实数  $a$  满足

$$f(\log_2 a) + f(\log_{\frac{1}{2}} a) \leq 2f(1), \text{ 则 } a \text{ 的取值范围是 ( )}$$

- A.  $[1, 2]$                       B.  $(0, \frac{1}{2}]$                       C.  $[\frac{1}{2}, 2]$                       D.  $(0, 2]$

【答案】C

【考点】对数函数解不等式

【解析】数形结合.  $f(\log_2 a) = -f(\log_{\frac{1}{2}} a)$ ,  $f(\log_2 a) + f(\log_{\frac{1}{2}} a) = f(\log_2 a) + f(-\log_2 a)$

$$\because f(x) \text{ 为偶函数} \quad \therefore f(-x) = f(x), \quad f(\log_2 a) + f(-\log_2 a) = 2f(\log_2 a) \leq 2f(1)$$

$$\therefore -1 \leq \log_2 a \leq 1 \quad \therefore \frac{1}{2} \leq a \leq 2$$

12. 已知函数  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ , 若实数  $a, b$  满足  $f(a) + f(b - 2) = 0$ , 则  $a + b =$  ( )

- A. 2                      B. 0                      C. -1                      D. -2

【答案】A

【考点】奇偶性

【解析】 $\because x \in \mathbb{R}, f(x) + f(-x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = 0, \therefore f(x)$  为奇函数.  $f(a) + f(b - 2) = 0$ ,  $f(a) = -f(b - 2), \therefore a = 2 - b, \therefore a + b = 2$ .

二. 填空题 (本题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.)

13. 函数  $y = a^{x-1} - 5 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图象恒过定点\_\_\_\_\_.

【答案】(1, -4)

【考点】指数函数恒过定点问题

14. 已知集合  $M = \{y | y = 2^x, x > 0\}, N = \{x | y = \lg(2x - x^2)\}$ , 则  $M \cap N =$ \_\_\_\_\_.

【答案】(1, 2)

【考点】集合的运算

【解析】 $M = (1, +\infty), N = (0, 2), M \cap N = (1, 2)$



15. 已知集合  $A = \{x | 1 < 2^x \leq 16\}$ ,  $B = (-\infty, a)$ , 当  $A \subseteq B$  时, 实数  $a$  的取值范围是  $(c, +\infty)$ , 则  $c =$  \_\_\_\_\_.

【答案】4

【考点】集合的运算

【解析】 $A = (0, 4]$ ,  $\therefore A \subseteq B \therefore a \in (4, +\infty) \therefore c = 4$ .

16. 函数  $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x + 4a, & (x < 1) \\ \log_a x, & (x \geq 1) \end{cases}$  在  $\mathbb{R}$  上是减函数, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

【答案】 $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$

【考点】分段函数的单调性

【解析】由题可得  $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ 3a-1 < 0 \\ (3a-1) \cdot 1 + 4a \geq 0 \end{cases}$ , 可解得  $\frac{1}{7} \leq a < \frac{1}{3}$ ,

故  $a$  的取值范围是  $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ .

三. 解答题 (本题共 4 大题, 共 48 分)

17. (本小题满分 8 分)

化简: (I)  $(\lg 5)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50$ ;

(II)  $(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} - (-9.6)^0 - (3\frac{3}{8})^{\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2}$ .

【答案】(I) 1, (II)  $\frac{1}{2}$ .

【考点】指数对数运算

【解析】(I)  $(\lg 5)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50 = (\lg 5)^2 + \lg 2(\lg 5 + 1) = (\lg 5 + \lg 2)\lg 5 + \lg 2 = \lg 5 + \lg 2 = 1$ ;

(II)  $(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} - (-9.6)^0 - (3\frac{3}{8})^{\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2} = \frac{3}{2} - 1 - \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \frac{1}{2}$ .

18. (本小题满分 8 分) 已知集合  $A = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ,  $B = \{x | 1 \leq x \leq 6\}$ ,  $C = \{x | m+1 \leq x \leq 2m\}$ .

(I) 求  $A \cap B$ ;

(II) 若  $B \cup C = B$ , 求实数  $m$  的取值范围.

【答案】(1)  $[3, 6]$ ; (2)  $(-\infty, 3]$ .

【考点】集合运算, 反求参数范围

【解析】(1)  $A \cap B = [3, 6]$ ;

(2)  $\therefore B \cup C = B \therefore C$  是  $B$  的子集

①  $C = \emptyset$ , 则  $2m < m+1$ , 解得  $m < 1$ ;





②  $C \neq \emptyset$ , 则  $m \geq 1$ , 由题可得  $2m \leq 6$  且  $m+1 \geq 1$ , 解得  $1 \leq m \leq 3$ ,

综上,  $m$  的取值范围是  $(-\infty, 3]$ .

19. (本小题满分 10 分)

已知定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数  $f(x)$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) = 2x + 3$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 若  $f(a) < 7$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**【答案】** (1)  $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2x-3, & x < 0 \end{cases}$ ; (2)  $(-\infty, 2)$ .

**【考点】** 利用奇偶性求解析式, 求参数范围

**【解析】** (1) 令  $x > 0$ , 则  $-x < 0$

$$f(-x) = -2x + 3$$

$\because f(x)$  为奇函数

$$\therefore f(x) = 2x - 3$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2x-3, & x < 0 \end{cases}$$

(2)  $\because f(x)$  为单调递增函数

$$\therefore f(a) = 2a + 3 < 7$$

$$\therefore a < 2$$

$$\therefore a \in (-\infty, 2).$$

# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

20. (本小题满分 10 分)

已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , 满足  $f\left(\frac{1}{2} + x\right) = f\left(\frac{1}{2} - x\right)$ , 且不等式  $f(x) < 2x$  的解集为  $(1, 2)$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(II) 若方程  $f(x) = x + a$  在  $(0, 4]$  上有解, 求实数  $a$  的取值范围.

**【答案】** (I)  $f(x) = x^2 - x + 2$ ; (II)  $[1, 10]$ .

**【考点】** 二次函数对称性问题, 求参数范围

**【解析】** (I) 由  $f\left(\frac{1}{2} + x\right) = f\left(\frac{1}{2} - x\right)$  可知  $f(x)$  的对称轴为直线  $x = \frac{1}{2}$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \text{ 即 } b = -a$$



$$\because f(x) < 2x \quad \therefore ax^2 - (a+2)x + c < 0$$

$$\text{又} \because f(x) < 2x \text{ 的解集为 } (1, 2) \therefore a > 0$$

$$\text{将 } x=1 \text{ 带入得 } a - (a+2) + c = 0, \quad c = 2$$

$$\text{将 } x=2 \text{ 带入得 } 4a - 2(a+2) + 2 = 0, \quad a = 1, \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x + 2;$$

(II)  $\because f(x) = x + a$  在  $(0, 4]$  上有解

$$\therefore a = x^2 - 2x + 2 \text{ 在 } (0, 4] \text{ 有解}$$

$$\because x^2 - 2x + 2 \text{ 在 } (0, 4] \text{ 上的值域为 } [1, 10]$$

$$\therefore a \in [1, 10].$$

## 21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 1 - 2a^x - a^{2x} (a > 1)$ ,

(I) 求函数  $f(x)$  的值域;

(II) 若  $x \in [-2, 1]$  时, 函数  $f(x)$  的最小值为  $-7$ , 求  $a$  的值和函数  $f(x)$  的最大值.

**【答案】** (I)  $(-\infty, 1)$ ; (II)  $a = 2, f(x)_{\max} = \frac{7}{16}$ .

**【考点】** 指数函数符合求值域, 求参数问题

**【解析】** (I) 令  $t = a^x$ , 则  $f(t) = 1 - 2t - t^2 (t > 0)$

对称轴为  $t = -1$

$\because t > 0$  且  $f(t)$  开口向下,

$\therefore$  值域为  $(-\infty, 1)$ ;

(II) 若  $x \in [-2, 1]$ , 又  $\because a > 1 \therefore t \in \left[\frac{1}{a^2}, a\right]$

$$\therefore f(t) = 1 - 2t - t^2, \quad t \in \left[\frac{1}{a^2}, a\right]$$

$\because$  对称轴为直线  $t = -1$

$$\therefore \text{在 } t = a \text{ 处取最小值 } f(a) = 1 - 2a - a^2 = -7$$

$$\text{解得 } a = -4 \text{ (舍) 或 } a = 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$f(t) \text{ 在 } t = \frac{1}{4} \text{ 处取最大值 } f\left(\frac{1}{4}\right) = 1 - 2 \times \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

$$\therefore f(x)_{\max} = \frac{7}{16}.$$

工大教育  
——做最感动客户的专业教育组织