2015~2016 高三期中考试试卷

1.已知集合 $A=\{0,1,2\}$,$B=\{1,m\}$.若 $A\cap B=B$.则实数 m 的值是

A.0　　B.2
C.0或2　　D.0或1或2

答案：C

难度：☆

解析：由题知 B 是 A 的子集，得 m=0 或 2

2.下列函数中,与函数 $f(x)=\ln x$ 有相同定义域的是

A.$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$　　B.$f(x)=\sqrt{x}$

C.$f(x)=|x|$　　D.$f(x)=2^x$

答案：A

难度：☆

解析：由题知 $f(x)=\ln x,x\in(0,+\infty)$，故选 A

3.已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,其前 n 项和为 S_n,若 $a_3=6,S_3=12$,则公差 d 等于

A.1　　B.$\frac{5}{3}$

C.2　　D.3

答案：C

难度：☆

解析：$S_3=3a_2=12,\therefore a_2=4$ 故公差为 2.

4.若$0<x<y$,则下列各式正确的是

A.$x^3<y^3$　　　　B.$\log_{\frac{1}{3}} x<\log_{\frac{1}{3}} y$

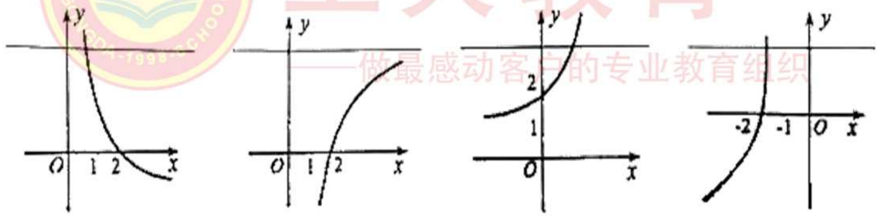
C.$\left(\frac{1}{3}\right)^x<\left(\frac{1}{3}\right)^y$　　　　D.$\frac{3}{x}<\frac{3}{y}$

答案：A

难度：☆

解析：由题知$y>x>0$ ，$y^3>x^3$ A 正确；选项 B 和 C，为减函数.

5. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x+1$的图象关于直线$y=x$对称的图象大致是



A　　B　　C　　D

答案：A

难度：☆☆

解析：关于直线$y=x$对称，则与原函数$y=(\frac{1}{2})^x+1$ 互为反函数，单调性相同，原函数为减函数，值域为$(1,+\infty)$,则对应函数的定义域$(1,+\infty)$，且为减函数。

6.设函数 $D(x)=\begin{cases}1,x为有理数,\\0,x为无理数,\end{cases}$ 则下列结论正确的是

A.$D(x)$ 的值域是 $[0,1]$　　B.$D(x)$ 是偶函数

C.$D(x)$ 不是周期函数　　D.$D(x)$ 是单调函数

答案：B

难度：☆

解析：$D(-x)=D(x)$ 知 $D(x)$ 为偶函数；故选 B，$D(x)$ 值域为 $\{0,1\}$ 故 A 错.

7.等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5+a_6=4$，则 $\log_2\left(2^{a_1}\cdot 2^{a_2}\cdots 2^{a_{10}}\right)=$

A.10　　B.20

C.40　　D.$2+\log_2 5$

答案：B

难度：☆☆

解析：$\log_2 2^{a_1}\cdot 2^{a_2}\cdots 2^{a_{10}}=\log_2 2^{a_1+a_2+\cdots a_{10}}=\log_2 2^{5(a_5+a_6)}=\log_2 2^{20}=20$

8.已知对任意实数 x，有 $f(-x)=-f(x),g(-x)=g(x)$，且 $x>0$ 时，$f'(x)>0,g'(x)>0$，则 $x<0$ 时，下列结论正确的是

A.$f'(x)>0,g'(x)>0$　　B.$f'(x)>0,g'(x)<0$

C.$f'(x)<0,g'(x)>0$　　D.$f'(x)<0,g'(x)<0$

答案：B

难度：☆☆

解析：函数$f(x)$为奇函数，当$x<0$时，$f'(x)>0$；$g(x)$为偶函数，当$x<0$时$g'(x)<0$.故选B

9.已知数列$\{a_n\}$为等比数列.$a_4+a_7=2, a_5\cdot a_6=-8$,则$a_1+a_{10}$的值为

A.2　　B.-5

C.-8　　D.-7

答案：D

难度：☆☆

解析：$\{a_n\}$是等比数列，$\therefore a_5a_6=a_4a_7=-8$，$a_4+a_7=2$ $\therefore \begin{cases}a_4=-2\\a_7=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_4=4\\a_2=-2\end{cases}$ ，$\therefore q^3=-2$ 或 $q^3=-\frac{1}{2}$

故选D

10.定义在R上的函数$f(x)$满足$f(x)=\begin{cases}\log_2(4-x), x\le 0,\\ f(x-1)-f(x-2), x>0,\end{cases}$ 则$f(3)$的值为

A.-1　　B.-2

C.1　　D.2

答案：B

难度：★★

解析：由题可知：$f(3)=f(2)-f(1)=f(1)-f(0)-f(0)+f(-1)=f(0)-f(-1)-2f(0)+f(-1)=-f(0)$

$=-\log_2 4=-2$

11.设$f(x)$使定义在R上的偶函数,且$f(2+x)=f(2-x)$,当$x\in[0,2]$时,$f(x)=(\sqrt{2})^x-1$,若关于x的方程

$f(x)-\log_a(x+2)=0(a>0$且$a\neq 1)$在区间$(-2,6)$内恰好有4个不相等的实数根,则实数a的取值范围是

$A.\left(\frac{1}{4},1\right)$　　　　$B.(1,4)$

$C.(1,8)$　　　　$D.(8,+\infty)$

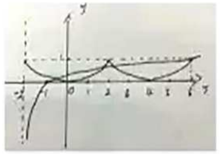
答案：D

难度：★★★

解析：$\because f(2+x)=f(2-x)\therefore f(x)$关于$x=2$对称.$\because f(x)$在$R$上的偶函数.$\therefore f(x)$为周期为4的周期函数.

可得图象：

$\therefore \log_a 8<1, \therefore a>8$



12.设函数$f(x)=x^2-1$，对任意$x\in\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$，$f\left(\frac{x}{m}\right)-4m^2f(x)\le f(x-1)+4f(m)$恒成立.则实数$m$的取值范围是

$A.\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　　　　$B.\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$

$C.\left(0,\frac{3}{2}\right]$　　　　$D.\left(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]\cup\left[\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right)$

答案：D

难度：★★★☆

解析：由题可知：$\frac{x^2}{m^2}-1-4m^2(x^2-1)\le(x-1)^2-1+4(m^2-1)\Rightarrow x^2\left(\frac{1}{m^2}-4m^2\right)\le x^2-2x-3$

$$\Rightarrow\frac{1}{m^2}-4m^2\le\left(\frac{x^2-2x-3}{x^2}\right)_{\min}=-\frac{5}{3}$$

化简得：$m\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$或$m\le-\frac{\sqrt{3}}{2}$

13.在公比小于零的等比数列$\{a_n\}$中,若$a_1=2,a_3=8$,则数列$\{a_n\}$的前三项和$S_3=$______.

答案：6

难度：★

解析：$a_2^2=a_1\cdot a_3=2\times8=16,\because q<0,\therefore a_2=-4,\therefore S_3=a_1+a_2+a_3=2+(-4)+8=6$

14.已知函数$y=f(x)$的图象在点$M(1,f(1))$处的切线方程是$y=\frac{1}{2}x+2$,则$f(1)+f'(1)=$______.

答案：3

难度：★

解析：$\because M(1,f(1))$在$y=\frac{1}{2}x+2$的图象上,$\therefore f(1)=\frac{1}{2}\times1+2=\frac{5}{2}$,且$f'(1)=\frac{1}{2}$,$\therefore f(1)+f'(1)=3$

15.若函数$f(x)=ax+1-2a$在区间$(-1,1)$上存在一个零点,则实数a的取值范围是______.

答案：$\left(\frac{1}{3},1\right)$

难度：★★

解析:$f(x)$是关于x的一次函数,只需满足$f(1)\cdot f(-1)<0$,即$(1-a)(1-3a)<0$,$\therefore\frac{1}{3}<a<1$

16.函数$f(x)$在$[a,b]$上有定义,若对任意$x_1,x_2\in[a,b]$,有$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\le\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]$,则称$f(x)$在$[a,b]$上具有性质$P$.设$f(x)$在$[1,3]$上具有性质$P$,现给出如下结论:

①$f(x)=2x^2$在$[1,3]$上具有性质P;

②$f(x^2)$在$[1,\sqrt{3}]$上具有性质P;

③$f(x)$在$[1,3]$上的图象是连续不断的；

④若$f(x)$在$x=2$处取得最大值1，则$f(x)=1,x\in[1,3]$；

其中正确结论的序号是______.

答案：①④

难度：★★★★

解析：①显然是正确的；

②是错误的，不妨设$f(x)=-x$，很显然$f(x)$满足性质P，但$f(x^2)=-x^2$，不满足性质P；

③设$f(x)=\begin{cases}x,x\in[1,3),\\100,x=3,\end{cases}$满足性质$P$，但不连续；

④是正确的，$1=f(2)=f\left(\frac{x+4-x}{2}\right)\le\frac{1}{2}[f(x)+f(4-x)]$，$\therefore\begin{cases}f(x)+f(4-x)\ge2\\f(x)\le f_{\max}=1\\f(4-x)\le f_{\max}=1\end{cases}$，$f(x)=f(4-x)=1$

17.已知函数$f(x)=a-\frac{1}{2^x+1}$.

（1）确定a的值，使$f(x)$为奇函数；

（2）当$f(x)$为奇函数时，求$f(x)$的值域.

答案：（1）$a=\frac{1}{2}$ （2）$(-\frac{1}{2},+\frac{1}{2})$

难度 ★

解析：（1）$\because x\in R,f(x)$为奇函数

$\therefore f(0)=0\therefore a=\frac{1}{2}$

$\because f(x)$为奇函数，$\therefore f(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^x+1}$

（2）
$2^x+1\in(0,+\infty)$

$\therefore \frac{1}{2^x+1}\in(0,1)$

$\therefore f(x)\in(-\frac{1}{2},+\frac{1}{2})$

18.已知$\{a_n\}$为等比数列,其前n项和为S_n,且$S_n=2^n+3(n\in N^*)$.

（1）求a的值及数列$\{a_n\}$的通项公式;

（2）若$b_n=(2n-1)a_n$,求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

答案：（1）$a_n=2^{n-1}$

（2）$T_n=3+(2n-3)2^n$

难度：★★

解析：（1）
$\because S_n=2^n+a$

当n≥2时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^n+a-(2^{n-1}+a)=2^{n-1}$

$\because\{a_n\}$为等比数列

又$\because S_1=2+a$,当$n=1$时，$a_1=S_1\therefore a_1=-1$

（2）
$b_n=(2n-1)a_n=(2n-1)2^{n-1}$

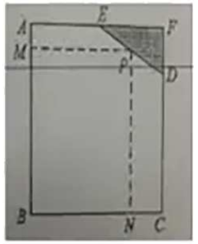
$T_n=1\cdot2^0+3\cdot2^1+\cdots+(2n-1)2^{n-1}$

$2T_n=0+1\cdot2^1+3\cdot2^2+\cdots+(2n-1)2^n$

$-T_n=-3+(3-2n)\cdot2^n$

$\therefore T_n=3+(2n-3)\cdot2^n$

19.如图所示,已知边长为8米的正方形钢板有一个角被锈蚀,其中 $AE=4$ 米,$CD=6$ 米.为了合理利用这块钢板,将五边形 $ABCDE$ 内截取一个矩形块 $BNPM$,使点 P 在边 DE 上.



(1) 设 $MP=x$ 米,$PN=y$ 米,将 y 表示成 x 的函数,求该函数的解析式及定义域;

(2) 求矩形 $BNPM$ 面积的最大值.

答案：(1) $y=10-\dfrac{x}{2}(4\le x\le 8)$

(2) 48

难度：★★

解析：(1) 以B为原点，建立如图所示坐标系

$\therefore D(8,6),E(4,8)$

$\therefore DE$ 的直线方程为 $y=-\dfrac{1}{2}x=10(4\le x\le 8)$

(2) $S_{BNPM}=x\cdot y=x\left(-\dfrac{1}{2}x+10\right)$

$=-\dfrac{1}{2}(x-10)^2=50$

当 $x=8$ 时，$S_{\max}=48$

20.已知函数 $f(x)=(2x^2-4ax)\ln x+x^2(a>0)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 对 $\forall x\in[1,+\infty)$, 不等式 $(2x-4a)\ln x>-x$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

答案：(1) 当 $0<a<\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,a),\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$，减区间 $\left(a,\frac{1}{e}\right)$

当 $a=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,+\infty)$

当 $a>\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $\left(0,\frac{1}{e}\right),(a,+\infty)$，减区间 $\left(\frac{1}{e},a\right)$

(2) $a\in(0,\sqrt{e})$

难度：★★★

解析：(1) $f'(x)=4(x-a)(\ln x+1),(x>0,a>0)$

令 $f'(x)=0$，则 $x_1=a,x_2=\frac{1}{e}$

当 $0<a<\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,a),\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$，减区间 $\left(a,\frac{1}{e}\right)$

当 $a=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,+\infty)$