太原师院附中 师苑中学 2017-2018 学年度第一次月考数学（答案）

一、 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	C	D	B	C	C	A	B	B	B

二、 填空题

题号	13	14	15	16
答案	60°	$\frac{1}{6}a^2b$	①②③	$2\sqrt{3}$

三、 解答题

17. 解：当 Q 为 CC_1 的中点时，平面 D_1BQ // 平面 PAO.

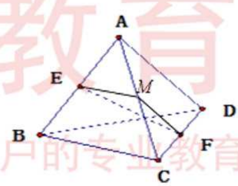
∵Q 为 CC_1 的中点，P 为 DD_1 的中点，∴$QB // PA$.

连接 DB．∵P、O 分别为 DD_1、DB 的中点，

∴$D_1B // PO$．又 $D_1B \not\subset$ 平面 PAO，$QB \not\subset$ 平面 PAO，∴D_1B // 面 PAO.

再由 QB // 面 PAO，且 $D_1B \cap QB = B$，∴平面 D_1BQ // 平面 PAO.

18. 解：如图所示，取 AC 的中点 M，连接 EM，FM.



∵E，F 分别是 AB，CD 的中点，

∴ $EM \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}BC$ ，$FM \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}AD$.

∴$\angle EMF$ 或其补角即为异面直线 AD 与 BC 所成的角，

又 $AD=BC=2a$，

∴$EM=FM=a$.

在$\triangle EFM$ 中，由余弦定理可得：$\cos\angle EMF=\frac{EM^2+FM^2-EF^2}{2EM\cdot FM}=\frac{a^2\times 2-(\sqrt{3}a)^2}{2\times a^2}=-\frac{1}{2}$.

∴异面直线 AD 与 BC 所成的角为 60° .

19. 解：（1）正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 a，则三棱锥 $A'-BC'D$ 的棱长为 $\sqrt{2}\,a$，表面积为

$4\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2}a)^2=2\sqrt{3}a^2$，正方体表面积为 $6a^2$，

∴三棱锥 $A'-BC'D$ 的表面积与正方体表面积的比值为 $\sqrt{3}$: 3；

（2）三棱锥 $A'-BC'D$ 的体积为 $a^3-4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}a^3=\frac{1}{3}a^3$．

20. 解：(1)证明：∵$PA\perp$平面 $ABCD$，$CD\subset$平面 $ABCD$

∴$CD\perp PA$

又∵$CD\perp PC$

而 $PC\cap PA=P$

所以，$CD\perp$面 PAC

（2）∵$AB\perp BC$，$AB=BC=1$

∴$\angle BAC=45°$∴$\angle CAD=45°$

又由（1）$CD\perp$面 PAC

∴$CD\perp AC$

∴$\triangle ACD$ 为等腰直角三角形

又 E 为 AD 中点∴$CE\perp AD$

又∵$BC/\!/AD$∴$CE\perp BC$

所以，∴$CE/\!/AB$

而 $AB\subset$面 PAB，$CE\not\subset$面 PAB

所以 $CE/\!/$面 PAB

21. 解：（1）证明：由题设知，直三棱柱的侧面为矩形，

由 D 为 AA_1 的中点，则 $DC=DC_1$，

又 $AA_1=2AC$，可得 $DC_1^2+DC^2=CC_1^2$，

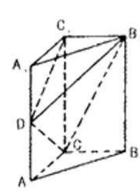
则 $CD\perp DC_1$，

而 $CD\perp B_1D$，$B_1D\cap DC_1=D$，

则 $CD\perp$平面 B_1C_1D，

由于 $B_1C_1\subset$平面 B_1C_1D，

故 $CD\perp B_1C_1$；



（2）解：由（1）知，$CD\perp B_1C_1$，

且 $B_1C_1\perp C_1C$，则 $B_1C_1\perp$平面 ACC_1A_1，

设 V_1 是平面 CDB_1 上方部分的体积，

V_2 是平面 CDB_1 下方部分的体积，

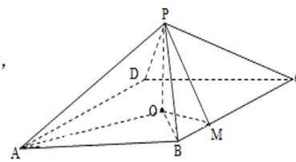
则 $V_1=V_{B1-CDA1C1}=\frac{1}{3}S_{CDA1C1}\bullet B_1C_1=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\cdot B_1{C_1}^3=\frac{1}{2}B_1{C_1}^3$，

$V=V_{ABC-A1B1C1}=\frac{1}{2}AC\bullet BC\bullet CC_1=B_1{C_1}^3$，

则 $V_2=V-V_1=\frac{1}{2}B_1{C_1}^3=V_1$，

故这两部分体积的比为 1：1．

22. 证明：（Ⅰ）∵底面是以 O 为中心的菱形，$PO\perp$底面 $ABCD$，



故 O 为底面 $ABCD$ 的中心，连接 OB，则 $AO\perp OB$，

∵$AB=2$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，

∴$OB=AB\bullet\sin\angle BAO=2\sin（\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}）=1$，

又∵$BM=\frac{1}{2}$，$\angle OBM=\frac{\pi}{3}$，

∴在△OBM 中，$OM^2=OB^2+BM^2-2OB\bullet BM\bullet\cos\angle OBM=\frac{3}{4}$，

即 $OB^2=OM^2+BM^2$，即 $OM\perp BM$，

∴$OM\perp BC$，

又∵$PO\perp$底面 $ABCD$，$BC\subset$底面 $ABCD$，

∴$PO\perp BC$，

又∵$OM\cap PO=O$，OM，$PO\subset$平面 POM，

∴$BC\perp$平面 POM；

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得：$OA=AB\bullet\cos\angle BAO=2\cos（\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}）=\sqrt{3}$，

设 $PO=a$，由 $PO\perp$底面 $ABCD$ 可得：△POA 为直角三角形，

故 $PA^2=PO^2+OA^2=a^2+3$，

由△POM 也为直角三角形得：

$PM^2=PO^2+OM^2=a^2+\frac{3}{4}$，

连接 AM，

在△ABM 中，$AM^2=AB^2+BM^2-2AB\bullet BM\bullet\cos\angle ABM=2^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{2\pi}{3}=\frac{21}{4}$，

由 $MP\perp AP$ 可知：△APM 为直角三角形，

则 $AM^2=PA^2+PM^2$，即 $a^2+3+a^2+\frac{3}{4}=\frac{21}{4}$，

解得 $a=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $PO=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

此时四棱锥 $P-ABMO$ 的底面积 $S=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOM}=\frac{1}{2}\cdot AO\cdot OB+\frac{1}{2}\cdot BM\cdot OM=\frac{5\sqrt{3}}{8}$，

∴四棱锥 $P-ABMO$ 的体积 $V=\frac{1}{3}S\cdot PO=\frac{5}{16}$