



太原十八中高三年级

参 考 答 案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	B	B	D	C	A	C	D	B	C	A

二、填空题

1. 3 2. 1 3. 0 4. ①②③④

三、解答题

17. 在这 100 天内, 第 12 天的商品日销售额最大。

18. (1) 2 (2) $m < -3$ 或 $m > 5$

19. 解: 不等式 $ax^2 + 2x - 2 > 0$ 有属于 $(1, \frac{5}{2})$ 的解, 即 $a > \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x}$ 有属于 $(1, \frac{5}{2})$ 的解.

$$\text{又 } 1 < x < \frac{5}{2} \text{ 时, } \frac{2}{5} < \frac{1}{x} < 1, \text{ 所以 } \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x} = 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right), \text{ 故 } a > -\frac{1}{2},$$

$$\text{即若命题 } p \text{ 为真, 则 } a > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{由 } f'(x) = 3mx^2 + 2nx \text{ 得: } f'(-1) = 3m - 2n = -2, \quad f(-1) = -m + n = 2, \text{ 得 } m = 2, n = 4$$

所以 $f(x) = 2x^3 + 4x^2$. 令 $f'(x) = 6x^2 + 8x \leq 0$ 得 $x \in \left[-\frac{4}{3}, 0\right]$ 为 $f(x)$ 的单调减区间.

而 $f(x)$ 在 $[a, a+1]$ 上单调递减, 则 $[a, a+1] \subseteq \left[-\frac{4}{3}, 0\right]$, 即 $\begin{cases} a \geq -\frac{4}{3} \\ a+1 \leq 0 \end{cases}$ 得 $-\frac{4}{3} \leq a \leq -1$,

即若命题 q 为真, 则 $-\frac{4}{3} \leq a \leq -1$. 假设 p, q 均为假, 则 $\begin{cases} a \leq -\frac{1}{2} \\ a > -1 \text{ 或 } a < -\frac{4}{3} \end{cases}$,

$$\text{解得: } a < -\frac{4}{3} \text{ 或 } -1 < a \leq -\frac{1}{2}.$$

若命题 p 或 q 为真, 则 p 或 q 至少有一个为真, 故 $-\frac{4}{3} \leq a \leq -1$ 或 $a > -\frac{1}{2}$.

20. 解: 函数 $f(x)$ 的图象是开口向上的抛物线, 其对称轴为 $x = 1$.

(1) 问题等价于“对于 $x \in [-1, 1]$, 有 $f(x)_{\max} > 0$ 即可, 讨论如下:

① 当 $a - 1 \leq 0$ 即 $a \leq 1$ 时, $f(x)_{\max} = f(1) = -a^2 - 2a + 15 > 0$, 解得 $15 < a < 3$, $\therefore -5 < a \leq 1$;



太原十八中高三年级

② 当 $a-1 > 0$ 即 $a > 1$ 时, $f(x)_{\max} = f(-1) = -a^2 + 6a + 7 > 0$, 解得 $-1 < a < 7$, $\therefore 1 < a < 7$,

综上所述, $-5 < a < 7$, 即实数 a 的取值范围是 $(-5, 7)$.

(2) 问题等价于“对于 $x \in [-1, 1]$, 有 $f(x)_{\min} > 0$ 即可, 讨论如下:

① 当 $a-1 < -1$ 即 $a < 0$ 时, $f(x)_{\min} = f(-1) = -a^2 + 6a + 7 > 0$, 解得 $-1 < a < 7$,

$\therefore a < 0 \quad \therefore -1 < a < 0$;

② 当 $-1 \leq a-1 \leq 1$ 即 $0 \leq a \leq 2$ 时, $f(x)_{\min} = f(a-1) = -3a^2 + 6a + 7$,

而当 $0 \leq a \leq 2$ 时, $-3a^2 + 6a + 7 > 0$ 恒成立, $\therefore 0 \leq a \leq 2$;

③ 当 $a-1 > 1$ 即 $a > 2$ 时, $f(x)_{\min} = f(1) = -a^2 - 2a + 15 > 0$, 得 $-5 < a < 3$,

又 $\because a > 2, \therefore 2 < a < 3$

综上所述, 实数 a 的范围是 $(-1, 3)$.

21. 解: (1) 当 $a = -1$ 时, $f(x) = x^2 + (x+1)|x+1|$, 故有 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 (x \geq 1) \\ 1 (x < -1) \end{cases}$

当 $x \geq 1$ 时, 由 $f(x) = 1$, 有 $2x^2 - 1 = 1$, 解得 $x = 1$ 或 $x = -1$

当 $x < -1$ 时, $f(x) = 1$ 恒成立, \therefore 方程的解集为 $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x = 1\}$.

(2) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - (a+1)x + a (x \geq a) \\ (a+1)x - a (x < a) \end{cases}$ 若 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增, 则有 $\begin{cases} \frac{a+1}{4} \leq a \\ a+1 > 0 \end{cases}$, 解得 $a \geq \frac{1}{3}$

\therefore 当 $a \geq \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增.

(3) $g(x) = x^2 + (x-1)|x-a| - x|x|$, $\therefore g(1) = 0, g(-1) = 2 - 2|a+1|$, 若存在实数 a ,

使得 $g(x)$ 在 \mathbb{R} 上是奇函数或是偶函数, 则必有 $g(-1) = 0$, $\therefore 2 - 2|a+1| = 0$, $\therefore a = 0$ 或 $a = -2$

① 若 $a = 0$, 则 $g(x) = x^2 + (x-1)|x| - x|x| = x^2 - |x|$

$\therefore g(-x) = g(x)$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, $\therefore g(x)$ 为偶函数.

② 若 $a = -2$, 则 $g(x) = x^2 + (x-1)|x+2| - x|x|$, $\therefore g(2) = 4, g(-2) = 8$

$\therefore g(-2) \neq g(2)$ 且 $g(-2) \neq -g(2)$, $g(x)$ 为非奇非偶函数.



太原十八中高三年级

得出结论: 当 $a = 0$, $g(x)$ 为偶函数; 当 $a = -2$, $g(x)$ 为非奇非偶函数.

22. 解: (1) 当 $a = 1$ 时, $f(x) = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$. $\because f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上递减, $\therefore f(x) > f(0) = 3$,

即 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的值域为 $(3, +\infty)$, 故不存在常数 $M > 0$, 使 $|f(x)| \leq M$ 成立

\therefore 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上不是有界函数.

(2) 由题意知 $|f(x)| \leq 3$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 即 $-3 \leq f(x) \leq 3$, $-4 - \left(\frac{1}{4}\right)^x \leq a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2 - \left(\frac{1}{4}\right)^x$,

$\therefore -4 \cdot 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq a \leq 2 \cdot 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立,

$\therefore \left[-4 \cdot 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x\right]_{\max} \leq a \leq \left[2 \cdot 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x\right]_{\min}$.

设 $2^x = t, h(t) = -4t - \frac{1}{t}, p(t) = 2t - \frac{1}{t}$, 由 $x \in [0, +\infty)$, 得 $t \geq 1$

设 $1 \leq t_1 < t_2$, $h(t_1) - h(t_2) = \frac{(t_2 - t_1)(4t_1t_2 - 1)}{t_1t_2} > 0$, $p(t_1) - p(t_2) = \frac{(t_2 - t_1)(4t_1t_2 - 1)}{t_1t_2} < 0$

$\therefore h(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上递减, $p(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上递增;

$h(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的最大值为 $h(1) = -5$, $p(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的最小值为 $p(1) = 1$,

\therefore 实数 a 的取值范围为 $[-5, 1]$.

(3) $g(x) = -1 + \frac{2}{m \cdot 2^x + 1}$, $\because m > 0, x \in [0, 1]$, $\therefore g(x)$ 在 $[0, 1]$ 上递减.

$\therefore g(1) \leq g(x) \leq g(0)$, 即 $\frac{1-2m}{1+2m} \leq g(x) \leq \frac{1-m}{1+m}$

① 当 $\left|\frac{1-m}{1+m}\right| \geq \left|\frac{1-2m}{1+2m}\right|$, 即 $m \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ 时, $|g(x)| \leq \left|\frac{1-m}{1+m}\right|$, 此时 $T(m) \geq \left|\frac{1-m}{1+m}\right|$;

② 当 $\left|\frac{1-m}{1+m}\right| < \left|\frac{1-2m}{1+2m}\right|$, 即 $m \in (\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$ 时, $|g(x)| \leq \left|\frac{1-2m}{1+2m}\right|$, 此时 $T(m) \geq \left|\frac{1-2m}{1+2m}\right|$;

综上所述: 当 $m \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ 时, $T(m)$ 的取值范围是 $[\left|\frac{1-m}{1+m}\right|, +\infty)$;

当 $m \in (\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$ 时, $T(m)$ 的取值范围是 $[\left|\frac{1-2m}{1+2m}\right|, +\infty)$.