



### 太原十八中高三年级

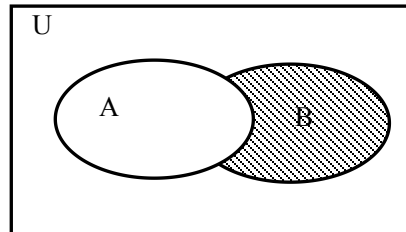
### 数学月考2015.10

#### 一、选择题

1. 已知全集  $U=\mathbf{R}$ ,  $A=\{y|y=3^{-x}, 0 \leq x \leq 1\}$ ,  $B=\{x|y=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\}$ ,

则图中阴影部分表示的集合为 ( )

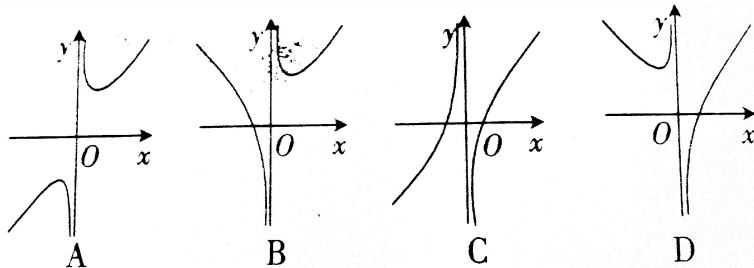
- A.  $(0, \frac{1}{3})$
- B.  $[0, \frac{1}{3})$
- C.  $(0, 1)$
- D.  $[0, 1]$



2. 已知  $f(x)$  的定义域是  $(0, 1)$ , 则  $f[(\frac{1}{3})^x]$  的定义域为 ( )

- A.  $(0, 1)$
- B.  $(\frac{1}{3}, 1)$
- C.  $(-\infty, 0)$
- D.  $(0, +\infty)$

3. 已知函数  $f(x)=|x|+\frac{1}{x}$ , 则函数  $y=f(x)$  的大致图像为 ( )



4. 下列命题中, 真命题是 ( )

- A.  $\exists x \in [0, \frac{\pi}{2}], \sin x + \cos x \geq 2$
- B.  $\forall x \in (3, +\infty), x^2 > 2x + 1$
- C.  $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x = -1$
- D.  $\forall x \in (\frac{\pi}{2}, \pi), \tan x > \sin x$

5. 若  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数, 且  $f(-1)=-4, f(2)=2$ , 设  $P=\{x|f(x+t)+1 < 3\}, Q=\{x|f(x) < -4\}$ ,

若 “ $x \in P$ ” 是 “ $x \in Q$ ” 的充分不必要条件, 则实数  $t$  的取值范围是 ( )

- A.  $t \leq -1$
- B.  $t > -1$
- C.  $t \geq -1$
- D.  $t > 3$

6. 已知集合  $A=\{x \in \mathbf{R} | \frac{x+1}{2x-1} \leq 2\}$ ,

集合  $B=\{a \in \mathbf{R} | \text{已知函数 } f(x)=\frac{a}{x}-1+\ln x, \exists x_0 > 0, \text{使 } f(x_0) \leq 0 \text{ 成立}\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x|x < \frac{1}{2}\}$
- B.  $\{x|x \leq \frac{1}{2} \text{ 或 } x=1\}$
- C.  $\{x|x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x=1\}$
- D.  $\{x|x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x \geq 1\}$



### 太原十八中高三年级

7. 若函数  $f(x) = \frac{x}{1-2^x} - \frac{x}{2}$ , 则函数  $f(x)$  ( )
- A. 是偶函数, 在  $(-\infty, 0)$  上是增函数  
B. 是偶函数, 在  $(-\infty, 0)$  上是减函数  
C. 是奇函数, 在  $(-\infty, 0)$  上是增函数  
D. 是奇函数, 在  $(-\infty, 0)$  上是减函数
8. 设  $f(x) = \ln x - \frac{a}{x}$ , 若  $f(x)$  在  $(2, 3)$  内有唯一零点, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(\frac{\ln 2}{2}, \frac{\ln 3}{3})$   
B.  $(\frac{\ln 2}{2}, \frac{\ln 3}{3}) \cup (-\frac{\ln 3}{3}, -\frac{\ln 2}{2})$   
C.  $(2 \ln 2, 3 \ln 3)$   
D.  $(2 \ln 2, 3 \ln 3) \cup (-3 \ln 3, -2 \ln 2)$
9. 已知  $f(x)$  为偶函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = -(x-1)^2 + 1$ , 满足  $f[f(a)] = \frac{1}{2}$  的实数  $a$  的个数为 ( )
- A. 2  
B. 4  
C. 5  
D. 8
10. 已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx$ , 则 “ $f(2) \geq 0$ ” 是 “函数  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上单调递增” 的 ( )
- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
11. 函数  $f(x) = a \sin^2 x + bx^{\frac{2}{3}} + 4$  ( $a, b \in R$ ), 若  $f(\lg \frac{1}{2014}) = 2013$ , 则  $f(\lg 2014) =$  ( )
- A. 2018  
B. -2009  
C. 2013  
D. -2013
12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$ , 若对任意给定的  $y \in (2, +\infty)$ , 都存在唯一的  $x \in R$ , 满足  $f(f(x)) = 2a^2 y^2 + ay$ , 则正实数  $a$  的最小值是 ( )
- A. 0.25  
B. 0.5  
C. 2  
D. 4

#### 二、填空题

13. 设集合  $A = \{5, \log_2(a+3)\}$ ,  $B = \{a, b\}$ , 若  $A \cap B = \{2\}$ , 则  $a+b =$  \_\_\_\_\_

14. 计算:  $(-\frac{27}{8})^{\frac{2}{3}} + (2-\sqrt{3})^0 - \frac{1}{9} \times \log_2 9 \bullet \log_3 4 =$  \_\_\_\_\_

15. 已知函数  $y = f(x)$  满足:  $4f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$  ( $x, y \in R$ ), 且  $f(1) = \frac{1}{4}$ , 则  $f(2014) + f(2015) =$  \_\_\_\_\_

16. 已知函数  $y = f(x), x \in R$  有下列 4 个命题:

- ① 若  $f(1+2x) = f(1-2x)$ , 则  $f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称;
- ② 函数  $y = f(x-2)$  与  $y = f(2-x)$  的图象关于直线  $x=2$  对称;



## 太原十八中高三年级

③ 若  $f(x)$  为偶函数, 且  $f(2+x) = -f(x)$ , 则  $f(x)$  的图象关于直线  $x = 2$  对称;

④ 若  $f(x)$  为奇函数, 且  $f(x) = f(-x-2)$ , 则  $f(x)$  的图象关于直线  $x = 1$  对称.

其中正确命题的序号为\_\_\_\_\_

### 三、解答题

17. 某商品在 100 天内每天的价格  $f(t)$  与时间  $t$  的函数关系为:  $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{4} + 22 & (0 \leq t \leq 40, t \in N) \\ -\frac{t}{2} + 52 & (40 < t \leq 100, t \in N) \end{cases}$

每日销售量  $g(t)$  与时间  $t$  的关系式是  $g(t) = -\frac{t}{3} + \frac{112}{3}$  ( $0 \leq t \leq 100, t \in N$ ), 求这种商品日销售额  $F(t)$  的最大值 (价格单位为元)。

18. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2mx + m^2 - 4 \leq 0, m \in R\}$ .

(1) 若  $A \cap B = [0, 3]$ , 求实数  $m$  的值; (2) 若  $A \subseteq C_U B$ , 求实数  $m$  的取值范围.

19. 设有两个命题, 命题  $p: \exists x \in (1, \frac{5}{2})$ , 使函数  $g(x) = \log_2(ax^2 + 2x - 2)$  有意义; 命题  $q$ : 已知函数  $f(x) = mx^3 + nx^2$  的图象在点  $(-1, 2)$  处的切线恰好与直线  $2x + y = 1$  平行, 且  $f(x)$  在  $[a, a+1]$  上单调递减, 若命题  $p$  或  $q$  为真, 求实数  $a$  的取值范围.

20. 已知二次函数  $f(x) = 2x^2 - 4(a-1)x - a^2 + 2a + 9$ ,

(1) 若在  $[-1, 1]$  上至少存在一个实数  $m$ , 使得  $f(m) > 0$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若对任意  $m \in [-1, 1]$ , 都有  $f(m) > 0$ , 求实数  $a$  的取值范围.

21. 已知函数  $f(x) = x^2 + (x-1)|x-a|$ ,

(1) 若  $a = -1$ , 解方程  $f(x) = 1$ ; (2) 若函数  $f(x)$  在  $R$  上单调递增, 求实数  $a$  的取值范围;

(3) 是否存在实数  $a$ , 使得  $g(x) = f(x) - x|x|$  在  $R$  上是奇函数或是偶函数? 若存在, 求出  $a$  的值;

若不存在, 请说明理由.



## 太原十八中高三年级

22. 定义在  $D$  上的函数  $f(x)$ , 如果满足: 对任意  $x \in D$ , 存在常数  $M > 0$ , 都有  $|f(x)| \leq M$  成立, 则称

$f(x)$  是  $D$  上的有界函数, 其中  $M$  称为函数  $f(x)$  的上界, 已知函数  $f(x) = 1 + a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,

$$g(x) = \frac{1 - m \cdot 2^x}{1 + m \cdot 2^x}.$$

- (1) 当  $a = 1$  时, 求函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上的值域, 并判断函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上是否为有界函数, 请说明理由;
- (2) 若函数  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上是以 3 为上界的有界函数, 求实数  $a$  的取值范围;
- (3) 若  $m > 0$ , 函数  $g(x)$  在  $[0, 1]$  上的上界是  $T(m)$ , 求  $T(m)$  的取值范围。



**工大教育**

——做最感动客户的专业教育组织