答案:$(0,2)$

解析：原函数定义域为$(-1,1)$，$g(x)$应该满足$\begin{cases}-1<\dfrac{x}{2}<1\\-1<x-1<1\end{cases}$，解得$0<x<2$.

15. 已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，当$x>0, f(x)=1-2^{-x}$，则不等式$f(x)<-\dfrac{1}{2}$的解集是________.

答案：$(-\infty,-1)$

解析：$\because f(x)$为奇函数，$\therefore$当$x<0$时，$f(x)=-f(-x)=-1+2^{x}$，

$\begin{cases}x>0\text{时}, 1-2^{-x}<-\dfrac{1}{2}\\x<0\text{时}, -1+2^{x}<-\dfrac{1}{2}\end{cases}$，解得$x<-1$，$\therefore$不等式的解集为$(-\infty,-1)$.

16. 已知函数$f(x)=2^{x}+3-x$，若$f(x)=F(x)+G(x)$，其中$F(x)$为偶函数，$G(x)$为奇函数，则$G(x)=$________.

答案：$\dfrac{1}{2}(2^{x}-2^{-x}-2x)$

解析：由题可知$F(x)+G(x)=2^{x}+3-x$ ①，$\therefore F(-x)+G(-x)=2^{-x}+3+x$，

$\because F(x)$为偶函数，$G(x)$为奇函数，$\therefore F(x)-G(x)=2^{-x}+3+x$ ②

联合①式②式，解得$G(x)=\dfrac{1}{2}(2^{x}-2^{-x}-2x)$.

三、解答题：本大题共4小题，共48分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

17.（本小题满分12分）

求下列各式的值

（1）$\dfrac{\sqrt{a^{3}b^{2}\sqrt[3]{ab^{2}}}}{(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{2}})^{4}a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}$ $(a>0,b>0)$

【答案】$\dfrac{a}{b}$

工大教育 ——做最感动客户的专业教育组织
查考试成绩、答案丨查备课笔记
下载学习资料丨及时获取最新教育信息
太原工大教育 官方微信号：tygdedu
官方网址：www.tygdedu.cn

【解析】原式$=\dfrac{(a^{3}b^{2}a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}}{ab^{2}a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}=\dfrac{(a^{\frac{10}{3}}b^{\frac{8}{3}})^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{7}{3}}}=\dfrac{a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{7}{3}}}=\dfrac{a}{b}$

（2）$\dfrac{2\lg 2+\lg 3}{1+\frac{1}{2}\lg 0.36+\frac{1}{3}\lg 8}$

【答案】原式$=\dfrac{\lg 4+\lg 3}{\lg 10+\lg 0.6+\lg 2}=\dfrac{\lg(4\times 3)}{\lg(10\times 0.6\times 2)}=\dfrac{\lg 12}{\lg 12}=1$

18.（本小题满分12分）

已知集合$A=\{x|-2\le x\le 5\}$，$B=\{x|m+1\le x\le 2m-1, m\in R\}$，且满足$A\cap B=B$，求实数$m$的范围

【答案】$m\le 3$

【解析】$A\cap B=B$等价于$B\subseteq A$（注意考虑空集的情况）

① $B=\varnothing$，$m+1>2m-1, m<2$；

② $B\ne\varnothing$，$\begin{cases}-2\le m+1\\m+1\le 2m-1\\2m-1\le 5\end{cases}$，解之得$2\le m\le 3$

综上：m的取值范围为$m\le 3$

19.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)$是定义在$[-1,1]$上的奇函数，且$f(x)$在定义域上是增函数

（1）若$f(x-2)+f(x-1)<0$，求x的取值范围

（2）若$f(-1)=-1$，$f(x)\le t^{2}-2at+1$对所有$x\in[-1,1]$，$a\in[-1,1]$都成立，求t的取值范围

【答案】（1）$[1,\frac{3}{2})$ （2）$t\le -2$或$t=0$或$t\ge 2$

【解析】$f(x)\le t^{2}-2at+1$恒成立等价于$f(x)_{max}\le t^{2}-2at+1$

$\because f(x)$单调增且为奇函数，$\therefore f(x)_{max}=f(1)=-f(-1)=1$

故 $t^2-2at+1\ge1$ 即 $t^2-2at\ge0$ 在 $a\in[-1,1]$ 上恒成立

① 当 $t=0$ 时，成立；
② 当 $t>0$ 时，$t^2\ge2at$ 即 $t\ge2a$ 恒成立，∴ $t\ge2$
③ 当 $t<0$ 时，$t^2\ge2at$ 即 $t\le2a$ 恒成立，∴ $t\le-2$
综上：t 的取值范围是：$t\le-2$ 或 $t=0$ 或 $t\ge2$

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\log_4\left(4^x+1\right)+kx\left(k\in R\right)$ 是偶函数.

（1）求 k 的值；

（2）设 $g(x)=\log_4\left(a\cdot2^x-\frac{4}{3}a\right)$，若函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有且只有一个公共点，求实数 a 的取值范围.

【答案】（1）$k=-\frac{1}{2}$；　（2）$a>1$ 或 $a=-3$

【解析】（1）∵函数 $f(x)=\log_4(4^x+1)+kx\ (k\in R)$ 是偶函数

∴ $f(-x)=\log_4(4^{-x}+1)-kx=\log_4(\frac{1+4^x}{4^x})-kx=\log_4(4^x+1)+kx$ 恒成立

∴ $-(k+1)=k$，则 $k=-\frac{1}{2}$.

（2）$g(x)=\log_4(a\cdot2^x-\frac{4}{3}a)$，

函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有且只有一个公共点，即

方程 $f(x)=g(x)$ 只有一个解.

由已知得 $\log_4(4^x+1)-\frac{1}{2}x=\log_4(a\cdot2^x-\frac{4}{3}a)$，

∴ $\log_4(\frac{4^x+1}{2^x})=\log_4(a\cdot2^x-\frac{4}{3}a)$，

方程等价于 $\begin{cases}a\cdot2^x-\frac{4}{3}a>0\\ \frac{4^x+1}{2^x}=a\cdot2^x-\frac{4}{3}a\end{cases}$；

一、若 $a>0$，则 $2^x>\frac{4}{3}$，

设 $2^x=t$，则 $(a-1)t^2-\frac{4}{3}at-1=0$ 在 $(\frac{4}{3},+\infty)$ 有一解

①若 $a-1>0, a>1$，设 $h(t)=(a-1)t^2-\frac{4}{3}at-1$，

∵对称轴 $\frac{2a}{3(a-1)}>0$，$h(0)=-1<0,\ h(\frac{4}{3})=-\frac{25}{9}$，

∴ $a>1$ 满足题意

②若 $a-1=0$，即 $a=1$ 时，$h(t)=-\frac{4}{3}t-1$，由 $h(t)=0$，得 $t=-\frac{3}{4}<0$，不满足题意

③若 $a-1<0$，即 $0<a<1$ 时，对称轴 $\frac{2a}{3(a-1)}<0$，$h(0)=-1<0$ 不满足题意

二、若 $a<0$，则 $2^x<\frac{4}{3}$，

设 $2^x=t$，则 $(a-1)t^2-\frac{4}{3}at-1=0$ 在 $(0,\frac{4}{3})$ 有一解

对称轴 $\frac{2a}{3(a-1)}>0$，$h(0)<0,\ h(\frac{4}{3})<0$

$\Delta=(-\frac{4}{3}a)^2+4(a-1)=0$，得 $a=-3$ 或 $a=\frac{3}{4}$，

当 $a=-3$ 时，$t=\frac{1}{2}$ 满足题意

当 $a=\frac{3}{4}$ 时，$t=-2$（舍去）

综上所述实数 a 的取值范围是 $\left\{a\mid a>1或a=-3\right\}$

.

21. 选做题（20 分，每小题 10 分，本题分数不计入总分内）

（1）设 $f(x)$，$g(x)$ 分别为定义在 R 上的奇函数和偶函数，且 $f(x)+g(x)=2^x$，若对 $x\in[1,2]$，不等式 $af(x)+g(2x)\ge0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是多少?

【答案】 $a\ge-\frac{17}{6}$

【解析】 由题得 $f(x)+g(x)=2^x$ ①

故 $f(-x)+g(-x)=2^{-x}$，化简得 $-f(x)+g(x)=2^{-x}$ ②